Ein paar Dinge zum Thema Kurvenuntersuchung

Wahr oder falsch?

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (beliebig oft) differenzierbar. Gib jeweils eine Begründung oder ein geeignetes Gegenbeispiel an.

a) $f'(x_0) = 0 \Rightarrow x_0$ ist eine Extremstelle von f

b) f ist streng monoton fallend im Intervall $]a; b[\Leftrightarrow f'(x) < 0$ für alle $x \in\,]a; b[$

c) $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) > 0 \Leftrightarrow f$ hat an der Stelle x_0 ein lokales Minimum

d) x_w ist eine Wendestelle von $f \Rightarrow f''(x_w) = 0$

e) $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) = 0 \Rightarrow f$ hat an der Stelle x_0 einen Sattelpunkt

f) $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) < 0 \Rightarrow f$ hat an der Stelle x_0 einen Wendepunkt

Kurz und knackig

Löse die folgenden Aufgaben in möglichst wenigen Schritten und mit minimalem Rechenaufwand.

a) Untersuche das Monotonieverhalten der differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f'(x) = x \cdot (2 - x) \cdot e^{-x}.$$

b) Sei $f :]0; \infty[\to \mathbb{R}$ differenzierbar und

$$f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{x} \cdot (\ln(x) - 1).$$

Finde die lokalen und globalen Extremstellen von f.

c) Untersuche das Krümmungsverhalten der zweimal differenzierbaren Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f''(x) = (x - 1) \cdot (x - 2)^2.$$

d) Sei $f : [0; 2] \to \mathbb{R}$ stetig und differenzierbar in $]0; 2[$ mit

$$f'(x) = (x^3 - \frac{\pi^e}{\sqrt[5]{7}})^2 + \frac{42}{1 + x^2}.$$

Ermittle die globalen Extremstellen von f.

Erstellt von Felix Heistinger (Version vom 28.10.2020)