

Name: \_\_\_\_\_

Matrikelnummer: \_\_\_\_\_

## 1. HINWEISE

- Als Hilfsmittel ist nur ein einfacher Taschenrechner (nicht grafikfähig, kein CAS) erlaubt.
- Bei der Bearbeitung einer Teilaufgabe darfst du immer die zu zeigenden Behauptungen aller *vorherigen* Teilaufgaben derselben Aufgabe verwenden, auch wenn du sie nicht bearbeitet hast.
- Arbeitszeit: 90 Minuten
- Jede der 5 Aufgaben ist 5 Punkte wert (ohne ★ - Bonuspunkte).
- Die mit ★ gekennzeichneten Unterpunkte sind jeweils 2 Bonuspunkte wert.
- Die besten 4 der 5 Aufgaben werden zur Beurteilung herangezogen.

## 2. AUFGABEN

**Aufgabe 1.** Löse die Wurzelgleichung

$$\sqrt{(2 \cdot x + 2) \cdot (x - 3)} = \sqrt{(1 - 3 \cdot x) \cdot (x + 9)}$$

über der Grundmenge  $\mathbb{R}$ .

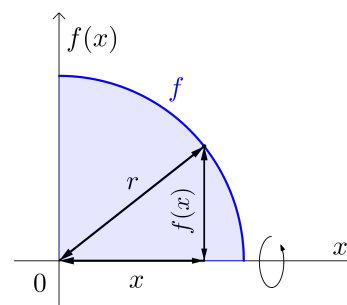
**Aufgabe 2.** Eine Halbkugel mit Radius  $r$  kann – wie rechts unten dargestellt – als Rotationskörper um die  $x$ -Achse beschrieben werden.

a) Stelle mithilfe von  $r$  eine Funktionsgleichung von  $f$  auf.

$$f(x) = \boxed{\phantom{f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}}}$$

Rotiert der Graph einer Funktion  $f$  im Intervall  $[a; b]$  um die  $x$ -Achse, dann gilt für das Rotationsvolumen  $V_x$ :

$$V_x = \pi \cdot \int_a^b f(x)^2 dx$$

b) Leite damit eine Formel für das Volumen einer Halbkugel mit Radius  $r$  her.

Emily behauptet: Rotiert der Funktionsgraph von  $f$  im Intervall  $[0; \frac{r}{3}]$  um die  $x$ -Achse, dann ist das Rotationsvolumen bereits mehr als halb so groß wie das Volumen der Halbkugel.

c) Begründe mithilfe einer Rechnung, ob Emilys Behauptung stimmt.

