Name: ______________ Matrikelnummer: ______________ Gruppe: ______

– Arbeitszeit: 60 Minuten **Erreichte Punkte: _____ von 12**

– Prüfungsstoff: 9. – 11. Schulstufe vgl. „So viel Rechnen muss sein“

– Als Hilfsmittel sind nur Papier, Stift und Geodreieck zugelassen.

– Bei jeder Aufgabe sind 2 Punkte zu erreichen.

---

1 Ermittle jeweils den Grenzwert der Folge für $n \to \infty$.

a) $(a_n) = \dfrac{42}{7 - 5 \cdot e^{-0{,}02 \cdot n}}$

b) $(b_n) = \dbinom{n}{2} \cdot \dfrac{1}{n^2}$

2 Für die kubische Polynomfunktion f gilt:

$$f(x) = x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + 1$$

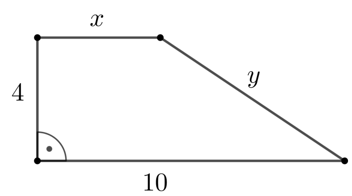
Die Funktion f ändert im Punkt $E = (1 \mid 4)$ ihr Monotonieverhalten.

1) Berechne die Koeffizienten b und c.

2) Begründe, ob der Extrempunkt E ein Hochpunkt oder Tiefpunkt ist.

3 Rechts ist ein rechtwinkeliges Trapez (nicht maßstabsgetreu) dargestellt.

Für die Seitenlängen x und y gilt: $x + y = 12$



1) Zeige, dass $y = \sqrt{x^2 - 20 \cdot x + 116}$ gilt.

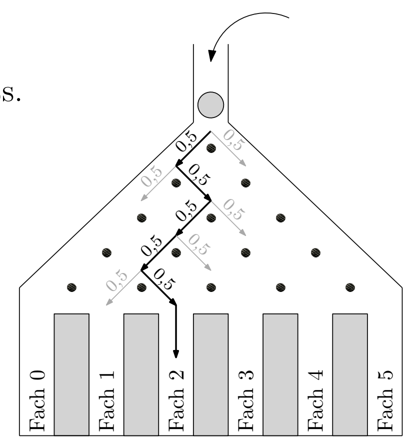
2) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes.

4 Bei einem Glücksspiel wirfst du eine Kugel in das rechts dargestellte Galton-Brett ein.

Jedes Mal, wenn die Kugel auf einen Nagel ● trifft, fällt sie nach dem Zufallsprinzip entweder nach links oder nach rechts.

Die Fächer unten sind von 0 bis 5 durchnummeriert.

Rechts ist ein möglicher Weg eingezeichnet, bei dem die Kugel in das Fach 2 fällt.



1) Wie viele verschiedene Wege gibt es, bei denen die Kugel in das Fach 2 fällt?

Das rechts dargestellte Galton-Brett hat 5 Stufen.
Stelle dir nun ein Galton-Brett mit n Stufen vor ($n \geq 2$).

2) Wie viele verschiedene Wege gibt es, bei denen die Kugel in das Fach 2 fällt? Stelle mithilfe von n eine Formel auf.

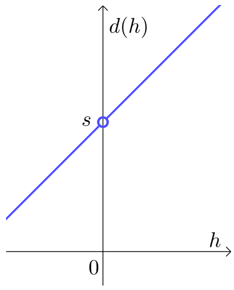
Weiter auf der Rückseite ...

(5) Die Funktion d mit

$$d(h) = \frac{(3+h)^2 - 9}{h}$$

ist für alle $h \in \mathbb{R}$ mit $h \neq 0$ definiert.

Der Graph der Funktion d ist rechts dargestellt.



Es gibt genau einen Wert $s \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion $\tilde{d}$ mit

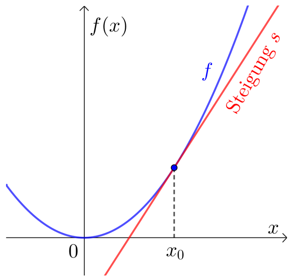
$$\tilde{d}(h) = \begin{cases} d(h), & \text{falls } h \neq 0, \\ s, & \text{falls } h = 0, \end{cases}$$

für alle $h \in \mathbb{R}$ stetig ist.

1) Berechne diesen Wert s.

Rechts ist der Graph der Funktion f mit $f(x) = x^2$ dargestellt.

An der Stelle x_0 hat die Tangente die Steigung s.



2) Ermittle diese Stelle x_0.

(6) Für die 1. Ableitungsfunktion f' der Funktion f gilt:

$$f'(x) = e^{-x} \cdot (x^2 + x - 11)$$

1) Ermittle eine Gleichung der 2. Ableitungsfunktion f''.

2) Ermittle das Krümmungsverhalten von f.