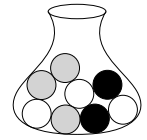


In einer Urne sind 3 graue Kugeln, 3 weiße Kugeln und 2 schwarze Kugeln.

Du ziehst 3 Kugeln **ohne Zurücklegen**.

Die **Zufallsvariable**  $X$  gibt an, wie viele der 3 gezogenen Kugeln weiß sind.



- 1) Berechne die Wahrscheinlichkeiten  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$  und  $P(X = 3)$ .  
Trage die Wahrscheinlichkeiten als Brüche in die Tabelle rechts ein.

$$P(X = 0) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{60}{336}$$

$$P(X = 1) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot 3 = \frac{180}{336}$$

$$P(X = 2) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot 3 = \frac{90}{336}$$

$$P(X = 3) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{6}{336}$$

$x_i$	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{60}{336}$	$\frac{180}{336}$	$\frac{90}{336}$	$\frac{6}{336}$

- 2) Berechne den **Erwartungswert** von  $X$ , und interpretiere seinen Wert.

$$E(X) = 0 \cdot \frac{60}{336} + 1 \cdot \frac{180}{336} + 2 \cdot \frac{90}{336} + 3 \cdot \frac{6}{336} = 1,125 \text{ wei\ss e Kugeln}$$

Bei h\u00e4ufiger Durchf\u00fchrung dieses Zufallsexperiments sind unter den 3 gezogenen Kugeln **durchschnittlich 1,125 wei\u00dfe Kugeln zu erwarten**.

Du w\u00fcrfelst  $n$  Mal mit einem **fairen** 6-seitigen W\u00fcrfel mit den Augenzahlen von 1 bis 6.

Die Zufallsvariable  $X_n$  gibt die Anzahl der gew\u00fcrfelten Sechser an.



- 1) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 10 W\u00fcrfen *kein* Sechser befindet.

$$P(X_{10} = 0) = \underbrace{\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{5}{6}}_{10 \text{ Faktoren}} = \left(\frac{5}{6}\right)^{10} = 16,15\% \dots$$

- 2) Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 10 W\u00fcrfen mindestens ein Sechser befindet.

$$P(X_{10} \geq 1) = 1 - P(X_{10} = 0) = 83,84\% \dots$$

- 3) Stelle mithilfe von  $n$  eine Formel f\u00fcr die Wahrscheinlichkeit auf, dass sich unter  $n$  W\u00fcrfen mindestens ein Sechser befindet.

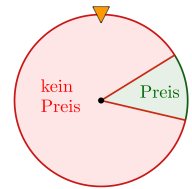
$$P(X_n \geq 1) = 1 - P(X_n = 0) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

- 4) Wie oft muss man w\u00fcrfeln, damit sich mit mindestens 99%-iger Wahrscheinlichkeit mindestens ein Sechser unter den W\u00fcrfen befindet?

$$\begin{aligned} P(X_n \geq 1) \geq 0,99 &\iff 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n \geq 0,99 \iff \left(\frac{5}{6}\right)^n \leq 0,01 \xrightarrow{\ln \nearrow} \\ &\iff n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) \leq \ln(0,01) \xrightarrow{\ln(\frac{5}{6}) < 0} n \geq \frac{\ln(0,01)}{\ln(\frac{5}{6})} = 25,2\dots \end{aligned}$$

Man muss mindestens 26 Mal w\u00fcrfeln, damit die Wahrscheinlichkeit f\u00fcr mindestens einen Sechser mindestens 99% betr\u00e4gt.

Bei einem Glücksrad gewinnt man bei jeder Drehung unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit  $p$  einen Preis.



- 1) Du drehst 42 Mal am Glücksrad.  
Beschreibe jeweils in Worten ein Ereignis, das in diesem Sachzusammenhang die angegebene Wahrscheinlichkeit hat.

Ereignis	Wahrscheinlichkeit
42 Mal hintereinander einen Preis gewinnen	$p^{42}$
42 Mal hintereinander keinen Preis gewinnen	$(1 - p)^{42}$
nicht 42 Mal hintereinander einen Preis gewinnen bzw. bei 42 Drehungen mindestens einmal keinen Preis gewinnen	$1 - p^{42}$
nicht 42 Mal hintereinander keinen Preis gewinnen bzw. bei 42 Drehungen mindestens einmal einen Preis gewinnen	$1 - (1 - p)^{42}$

- 2) Bei 42 Drehungen gewinnt man mit der Wahrscheinlichkeit 99,9 % mindestens einmal einen Preis. Berechne den zugehörigen Zentriwinkel des Preis-Sektors.

$$1 - (1 - p)^{42} = 0,999 \iff (1 - p)^{42} = 0,001 \iff p = 1 - \sqrt[42]{0,001} = 0,1516\dots$$

Für den gesuchten Zentriwinkel  $\alpha$  gilt also:

$$\alpha = 360^\circ \cdot 0,1516\dots = 54,59\dots^\circ$$

Ein Zufallsgenerator erzeugt 5 natürliche Zahlen von 1 bis 100 nach dem Zufallsprinzip. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die kleinste dieser 5 Zufallszahlen höchstens 42 ist.

MIN... kleinste der 5 Zufallszahlen

Zum Ereignis  $\text{MIN} \leq 42$  gehören alle Ergebnisse, bei denen mindestens eine Zahl  $\leq 42$  ist.

Zum Gegenereignis  $\text{MIN} > 42$  gehören alle Ergebnisse, bei denen jede Zahl  $> 42$  ist.

$$P(\text{MIN} \leq 42) = 1 - P(\text{MIN} > 42) = 1 - \left(\frac{58}{100}\right)^5 = 93,43\dots\%$$

Du würfelst immer wieder 60 Mal mit einem fairen 6-seitigen Würfel. Bei häufiger Durchführung sind durchschnittlich 10 Sechser zu erwarten. Wie wahrscheinlich ist es, bei einem Versuch genau 10 Sechser zu würfeln? Mehr dazu findest du am [Arbeitsblatt – Binomialverteilung](#).

