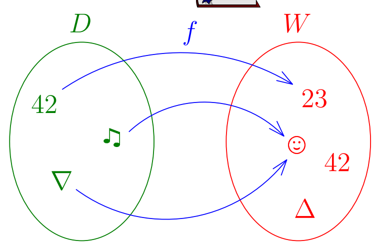
Funktion

Eine **Funktion f** ist eine Vorschrift,
die *jedem* Element ihrer **Definitionsmenge D**
genau ein Element aus ihrer **Wertemenge W** zuordnet.

Kurz schreiben wir dafür auch: $f\colon D \to W$

Wenn f dem Element 42 das Element 23 zuordnet,
schreiben wir dafür kurz: $f(42) = 23$



Sprechweisen: „Der **Funktionswert** von 42 ist 23.“ bzw. „f von 42 ist gleich 23.“

Im Bild rechts oben muss also von *jedem* Element der Definitionsmenge *genau* ein Pfeil nach rechts starten.

Wie im Beispiel rechts oben dürfen verschiedene Pfeile auf das gleiche Element der Wertemenge zeigen.

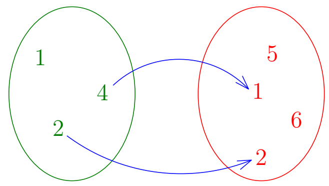
Wie im Beispiel rechts oben darf es auch Elemente in der Wertemenge geben, auf die kein Pfeil zeigt.

Wenn auf *jedes* Element der Wertemenge *genau* ein Pfeil zeigt, dann hat die Funktion f eine sogenannte Umkehrfunktion.

Relationen

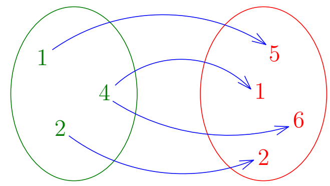
Erkläre, warum die dargestellten Zuordnungen *keine* Funktionen $\{1, 2, 4\} \to \{1, 2, 5, 6\}$ sind.

a)



Dem Element 1 der Definitionsmenge wird kein Wert zugeordnet.

b)

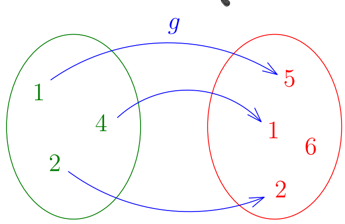


Dem Element 4 der Definitionsmenge wird mehr als ein Wert zugeordnet.

Wertetabelle

Jedes Paar $(x \mid g(x))$ heißt **Wertepaar** der Funktion g.
Vervollständige die folgende **Wertetabelle** der Funktion g.

x	1	2	4
$g(x)$	5	2	1

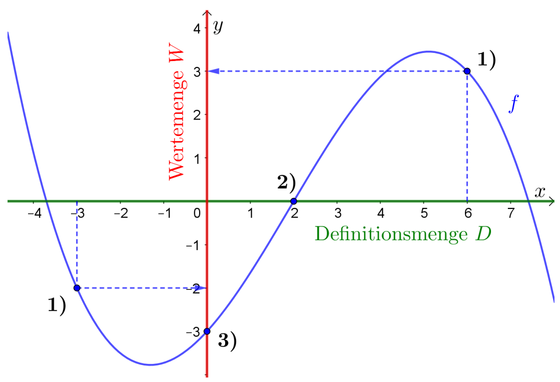


Funktionsgraph

Die Definitions- und Wertemenge einer Funktion können auch *unendlich* viele Elemente enthalten.

Bei der folgenden Funktion f sind die Definitionsmenge D und die Wertemenge W alle reellen Zahlen.
Grafisch ist $D = \mathbb{R}$ durch die waagrechte Achse und $W = \mathbb{R}$ durch die senkrechte Achse dargestellt.

An jeder **Stelle x** gibt es *genau einen* zugehörigen **Funktionswert $f(x)$**.
Die eingezeichnete Kurve heißt **Funktionsgraph**.
Der Funktionsgraph besteht aus allen Wertepaaren $(x \mid f(x))$, zum Beispiel:



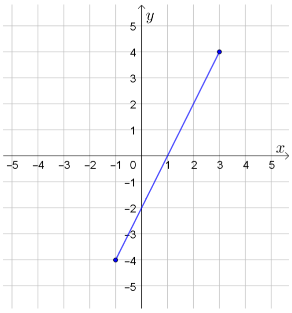
1) Links gilt: $f(6) = 3$ und $f(-3) = -2$ $\iff$
Der Graph enthält die Punkte $(6 \mid 3)$ und $(-3 \mid -2)$.

2) Der Funktionsgraph schneidet die waagrechte Achse an der Stelle $x = 2$.
Es gilt also: $f(2) = 0$
Die Zahl 2 heißt daher auch **Nullstelle** von f.

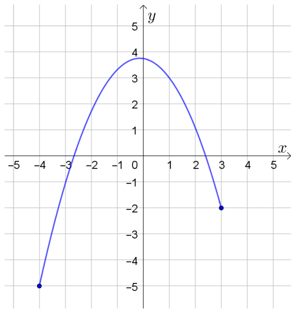
3) Der Funktionsgraph schneidet die senkrechte Achse bei $y = -3$.
Es gilt also: $f(0) = -3$

Vertical line test

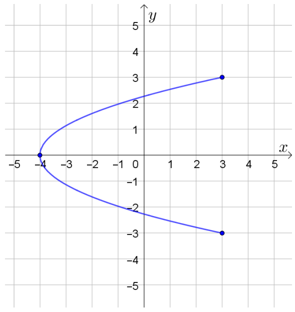
Entscheide jeweils, ob der Graph einer Funktion $f\colon D \to \mathbb{R}$ dargestellt ist. Falls ja, gib D an.



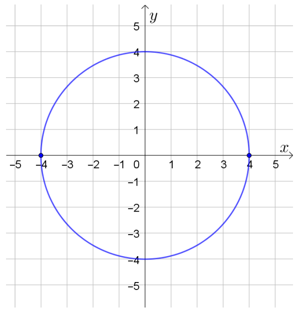
Funktion:
$D = [-1; 3]$



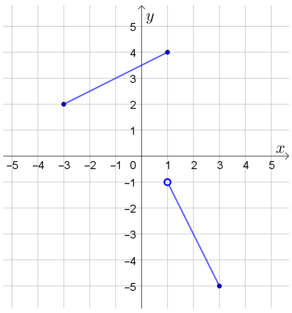
Funktion:
$D = [-4; 3]$



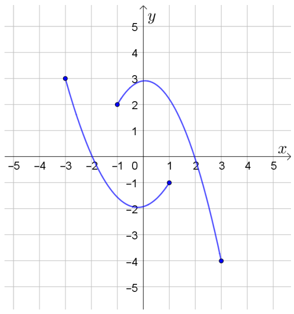
Keine Funktion:
z.B. $x = 1$ ↯



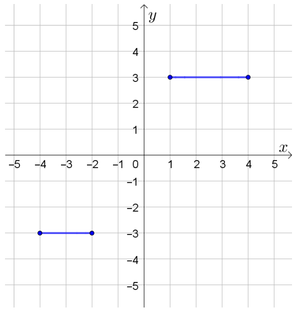
Keine Funktion:
z.B. $x = 2$ ↯



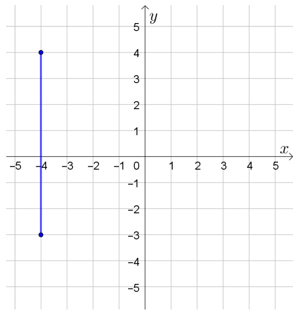
Funktion:
$D = [-3; 3]$



Keine Funktion:
z.B. $x = 0$ ↯



Funktion:
$D = [-4; -2] \cup [1; 4]$



Keine Funktion:
$x = -4$ ↯

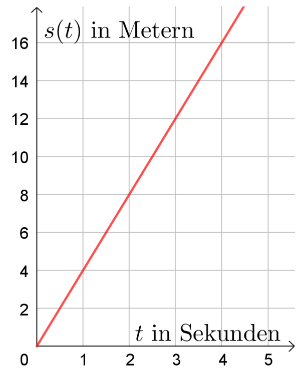
Lineare Funktionen

Du läufst mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 4\,\text{m/s}$.
Zwischen der konstanten Geschwindigkeit v, dem zurückgelegten Weg s und der dafür benötigten Zeit t gilt dann folgender Zusammenhang: $v = \frac{s}{t}$

1) Dein zurückgelegter Weg s hängt von t ab.
Forme $v = \frac{s}{t}$ nach s um und vervollständige die **Funktionsgleichung**:

$$s(t) = 4 \cdot t$$

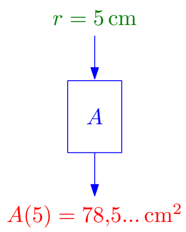
2) Zeichne rechts den Funktionsgraphen ein.



Quadratische Funktionen

r in cm	$A(r)$ in cm^2
0	0
1	3,1...
2	12,5...
3	28,2...
4	50,2...
5	78,5...
6	113,0...
7	153,9...

Der Flächeninhalt A eines Kreises hängt von seinem Radius $r \geq 0$ ab: $A(r) = \pi \cdot r^2$



1) Vervollständige links die Wertetabelle.

2) Skizziere rechts den Funktionsgraphen.