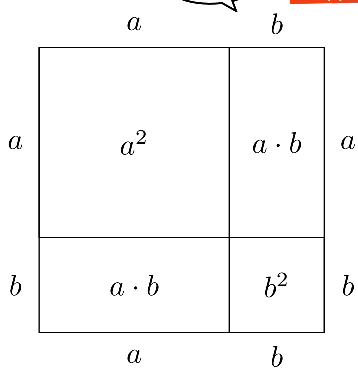
**Binomische Formeln**

Rechts veranschaulichen wir die **Binomische Formel**

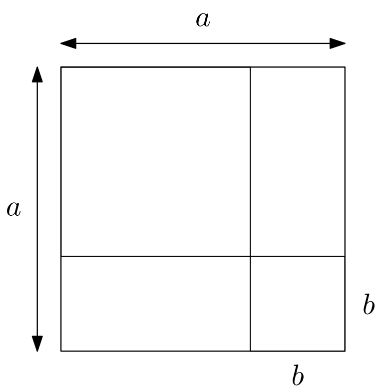
$$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2}.$$




Erkläre den Zusammenhang zwischen Formel und Bild.

Rechne nun die Formel nach, indem du ausmultiplizierst.

$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a^2 + a\cdot b + b\cdot a + b^2 = a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2$$




Rechne auch die **Binomische Formel**

$$\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2}$$

nach, und erkläre den Zusammenhang mit dem Bild links.

$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a^2 - a\cdot b - b\cdot a + b^2 =$$

$$= a^2 - 2\cdot a\cdot b + b^2$$

Rechne auch die binomische Formel $\boldsymbol{(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2}$ nach, indem du ausmultiplizierst.

$$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - a\cdot b + b\cdot a - b^2 = a^2 - b^2$$

**„Jedes mit jedem“**

Multipliziere den Term $(a+b)^3$ aus:

Verwende dafür die Binomische Formel für $(a+b)^2$.

$$(a+b)^3 = (a+b)\cdot(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a^2 + 2\cdot a\cdot b + b^2) =$$

$$= a^3 + 2\cdot a^2\cdot b + a\cdot b^2 + a^2\cdot b + 2\cdot a\cdot b^2 + b^3 = a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + b^3$$

Es ist sehr mühsam, auf diese Weise $(a+b)^4$, $(a+b)^5$, $(a+b)^6$, etc. zu berechnen.

**Pascalsches Dreieck**

Hier siehst du die ersten 5 Zeilen des **Pascalschen Dreiecks**. Was sind wohl die nächsten 3 Zeilen?

**1**

**1 1**

**1 2 1**

**1 3 3 1**

**1 4 6 4 1**

**1 5 10 10 5 1**

**1 6 15 20 15 6 1**

**1 7 21 35 35 21 7 1**

### Binome und das Pascalsche Dreieck

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Wir haben zuvor berechnet:

$$(a+b)^2 = \mathbf{1}\cdot a^2 + \mathbf{2}\cdot a\cdot b + \mathbf{1}\cdot b^2$$

$$(a+b)^3 = \mathbf{1}\cdot a^3 + \mathbf{3}\cdot a^2\cdot b + \mathbf{3}\cdot a\cdot b^2 + \mathbf{1}\cdot b^3$$

Siehst du den Zusammenhang mit dem Pascalschen Dreieck rechts? Setze das Muster fort:

$$(a+b)^4 = \mathbf{1}\cdot a^4 + \mathbf{4}\cdot a^3\cdot b + \mathbf{6}\cdot a^2\cdot b^2 + \mathbf{4}\cdot a\cdot b^3 + \mathbf{1}\cdot b^4$$

$$(a+b)^5 = \mathbf{1}\cdot a^5 + \mathbf{5}\cdot a^4\cdot b + \mathbf{10}\cdot a^3\cdot b^2 + \mathbf{10}\cdot a^2\cdot b^3 + \mathbf{5}\cdot a\cdot b^4 + \mathbf{1}\cdot b^5$$

### Binome und Vorzeichen

Verwende das Pascalsche Dreieck, um die Binome auszumultiplizieren. Vereinfache so weit wie möglich.

**1)** $(x+2)^3 = ?$ $\qquad a = x \qquad b = 2$

$$(x+2)^3 = 1\cdot x^3 + 3\cdot x^2\cdot 2 + 3\cdot x\cdot 2^2 + 1\cdot 2^3 = x^3 + 6\cdot x^2 + 12\cdot x + 8$$

**2)** $(2x-y)^4 = ?$ $\qquad a = 2x \qquad b = -4$ $\qquad 2x - y = 2x + (-y)$

$$(2x-y)^4 = 1\cdot(2x)^4 + 4\cdot(2x)^3\cdot(-y) + 6\cdot(2x)^2\cdot(-y)^2 + 4\cdot(2x)\cdot(-y)^3 + 1\cdot(-y)^4 =$$

$$= 16\cdot x^4 - 32\cdot x^3\cdot y + 24\cdot x^2\cdot y^2 - 8\cdot x\cdot y^3 + 1\cdot y^4$$

**3)** $\left(-3x^2+4y\right)^2 = ?$ $\qquad a = -3x^2 \qquad b = 4y$

$$\left(-3x^2+4y\right)^2 = 1\cdot\left(-3x^2\right)^2 + 2\cdot(-3x^2)\cdot(4y) + 1\cdot(4y)^2 = 9\cdot x^4 - 24\cdot x^2\cdot y + 16\cdot y^2$$

**4)** $(-x-y)^3 = ?$ $\qquad a = -x \qquad b = -y$ $\qquad -x - y = (-x) + (-y)$

$$(-x-y)^3 = 1\cdot(-x)^3 + 3\cdot(-x)^2\cdot(-y) + 3\cdot(-x)\cdot(-y)^2 + 1\cdot(-y)^3$$

$$= -1\cdot x^3 - 3\cdot x^2\cdot y - 3\cdot x\cdot y^2 - 1\cdot y^3$$

$$(-x-y)^3 = ((-1)\cdot(x+y))^3 = (-1)^3\cdot(x+y)^3 = -(x+y)^3$$

### Warum funktioniert die Methode?

Für $(a+b)^2$ und $(a+b)^3$ haben wir schon nachgerechnet, dass die Methode funktioniert. Wenn die Rechnung für eine Zeile stimmt, dann stimmt sie auch für die nächste Zeile:

$$(a+b)^4 = (a+b)\cdot(a+b)^3 =$$
$$= (a+b)\cdot(1\cdot a^3 + 3\cdot a^2\cdot b + 3\cdot a\cdot b^2 + 1\cdot b^3) =$$
$$= 1\cdot a^4 + 3\cdot a^3\cdot b + 3\cdot a^2\cdot b^2 + 1\cdot a\cdot b^3 +$$
$$+ 1\cdot a^3\cdot b + 3\cdot a^2\cdot b^2 + 3\cdot a\cdot b^3 + 1\cdot b^4 =$$
$$= 1\cdot a^4 + 4\cdot a^3\cdot b + 6\cdot a^2\cdot b^2 + 4\cdot a\cdot b^3 + 1\cdot b^4$$