



Als Kinder haben wir die schriftliche Division so oder so ähnlich gelernt:

$$\begin{array}{r} 2820 : 12 = 235 \\ \underline{42} \\ 60 \\ \underline{00} \\ 0 \text{ R.} \end{array}$$

- 1) „Wie oft geht 12 in 28? 2 Mal. 4 Rest. 2 herab.“
- 2) „Wie oft geht 12 in 42? 3 Mal. 6 Rest. 0 herab.“
- 3) „Wie oft geht 12 in 60? 5 Mal. 0 Rest.“

Division ohne Rest



Was steckt eigentlich hinter diesem Divisions-Algorithmus?

€	Personen	€ pro Person	
2820	: 12	= 200 + 30 + 5	= 235
-2400			
420			
-360			
60			
-60			
0			Rest

Ich möchte 2820 € fair auf 12 Personen aufteilen.

Im ersten Schritt kann ich jeder Person nicht nur 2 € geben, sondern 200 €.  $12 \cdot 200 \text{ €} = 24 \cdot 100 \text{ €} = 2400 \text{ €}$

Dann bleiben noch 420 € übrig. Also kann ich jeder Person weitere 30 € geben.  $12 \cdot 30 \text{ €} = 36 \cdot 10 \text{ €} = 360 \text{ €}$

Zum Schluss erhält jede Person noch  $60 : 12 = 5 \text{ €}$ .

Insgesamt erhält jede Person also  $200 + 30 + 5 = 235 \text{ €}$ .

Polynomdivision ohne Rest



Die **Polynomdivision** funktioniert nach dem gleichen Prinzip:

$$\ominus \left\{ \begin{array}{l} (8 \cdot x^3 - 18 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3) : (4 \cdot x + 1) = 2 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 3 \\ \underline{8 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2} \\ \ominus \left\{ \begin{array}{l} -20 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3 \\ \underline{-20 \cdot x^2 - 5 \cdot x} \\ \ominus \left\{ \begin{array}{l} 12 \cdot x + 3 \\ \underline{12 \cdot x + 3} \\ 0 \text{ Rest} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Ermittle den Quotienten in jedem Schritt nur mit den „führenden Termen“:

$$\frac{8 \cdot x^3}{4 \cdot x} = 2 \cdot x^2$$

Im ersten Schritt wird also

$$(4 \cdot x + 1) \cdot 2 \cdot x^2 = 8 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2$$

verteilt. Übrig zum Aufteilen bleibt

$$\begin{aligned} & (8 \cdot x^3 - 18 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3) - \\ & -(8 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2) = \\ & = -20 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3 \end{aligned}$$

Polynomdivision ohne Rest



Führe die Polynomdivision durch.

$$(6 \cdot x^4 - 19 \cdot x^3 + 26 \cdot x^2 - 19 \cdot x - 10) : (2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5)$$

Division mit Rest



$$\begin{array}{r}
 \text{€} \quad \text{Personen} \quad \text{€ pro Person} \\
 555 : 12 = 40 + 6 + \frac{3}{12} = 46 + \frac{3}{12} \\
 \underline{-480} \\
 75 \\
 \underline{-72} \\
 3 \text{ Rest}
 \end{array}$$

Ich möchte 555 € fair auf 12 Personen aufteilen.

Im ersten Schritt kann ich jeder Person 40 € geben.  
 $12 \cdot 40 \text{ €} = 48 \cdot 10 \text{ €} = 480 \text{ €}$

Von den verbleibenden 75 € kann ich jeder Person weitere 6 € geben.  
 $12 \cdot 6 \text{ €} = 72 \cdot 1 \text{ €} = 72 \text{ €}$

Zum Schluss teile ich die restlichen 3 € fair auf.  
 Jede Person erhält also noch  $3 \text{ €} : 12 = \frac{3}{12} \text{ €} = 0,25 \text{ €}$ .

Insgesamt erhält jede Person also  $40 + 6 + \frac{3}{12} = 46,25 \text{ €}$ .

Polynomdivision mit Rest



Die **Polynomdivision** mit Rest funktioniert nach dem gleichen Prinzip:

$$\begin{array}{r}
 \ominus \left\{ \begin{array}{l} (6 \cdot x^4 + 10 \cdot x^3 - 10 \cdot x^2 + 42 \cdot x - 10) : (2 \cdot x^2 - 4) = 3 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 1 + \frac{62 \cdot x - 6}{2 \cdot x^2 - 4} \\ 6 \cdot x^4 \qquad \qquad - 12 \cdot x^2 \end{array} \right. \\
 \hline
 \ominus \left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + 42 \cdot x - 10 \\ 10 \cdot x^3 \qquad \qquad \qquad - 20 \cdot x \end{array} \right. \\
 \hline
 \ominus \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot x^2 + 62 \cdot x - 10 \\ 2 \cdot x^2 \qquad \qquad \qquad - 4 \end{array} \right. \\
 \hline
 62 \cdot x - 6 \text{ Rest}
 \end{array}$$

In jedem Schritt eliminieren wir den führenden Term vom **Zählerpolynom**.

$6 \cdot x^4$  im 1. Schritt,  $10 \cdot x^3$  im 2. Schritt,  $2 \cdot x^2$  im 3. Schritt.

Deshalb wird der Grad vom Zählerpolynom in jedem Schritt (mindestens) um 1 kleiner.

Sobald der Grad vom Zählerpolynom kleiner als der Grad vom **Nennerpolynom** ist,

brechen wir die Polynomdivision mit Rest ab.

Der Rest wird fair aufgeteilt.

Polynomdivision mit Rest



Führe die Polynomdivision durch.

$$(-4 \cdot x^4 + 18 \cdot x^3 - 11 \cdot x^2 + 17 \cdot x + 22) : (x - 4)$$

