Quotient konstant

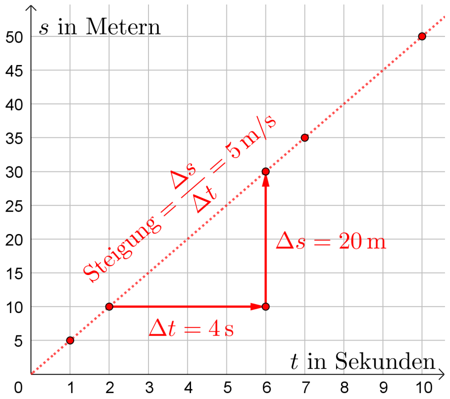
Du läufst mit der *konstanten* Geschwindigkeit $v = 5\,\mathrm{m/s}$. Pro Sekunde legst du also $5\,\mathrm{m}$ zurück. Dein insgesamt zurückgelegter Weg s hängt von der Laufzeit t ab.

1) Fülle die Wertetabelle aus.

$\cdot 2$ $\cdot 3$

t in Sekunden	1	2	6	10	7
s in Metern	5	10	30	50	35

$\cdot 2$ $\cdot 3$



2) Zeichne die Wertepaare im Koordinatensystem rechts ein. Was fällt dir auf?

Die Punkte liegen auf einer Gerade.

3) Wie viele Meter hast du nach $t = 4{,}2$ Sekunden insgesamt zurückgelegt?

$$5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 4{,}2\ \mathrm{s} = 21\,\mathrm{m}$$

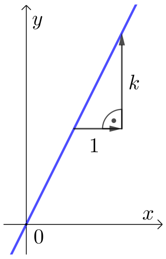
4) Stelle mithilfe von t eine Formel für s auf: $s = 5 \cdot t$

Wir sagen: *„Die Laufzeit t und der insgesamt zurückgelegte Weg s sind **direkt proportional**.“*

Direkte Proportionalität

Zwischen zwei Größen x und y besteht ein **direkt proportionaler** Zusammenhang, wenn $\boldsymbol{\frac{y}{x} = k}$ bzw. $\boldsymbol{y = k \cdot x}$ mit einer Konstante $k \neq 0$ gilt.

Dieser sogenannte **Proportionalitätsfaktor** k hängt also weder von x noch von y ab.



Die Lösungen der Gleichung $y = k \cdot x$ liegen auf einer **Gerade** mit Steigung k.

Wenn x um 1 vergrößert wird, dann vergrößert sich y um den konstanten Wert k.

Wenn x mit dem Faktor $f > 1$ vergrößert wird, dann vergrößert sich auch y mit dem Faktor f.

Direkt Proportional?

Stelle eine Formel für die gegebenen Größen auf. Entscheide, ob sie direkt proportional sind.

a) Seitenlänge a und Umfang u eines Quadrats

$u = 4 \cdot a \implies$ direkt proportional ($k = 4$)

b) Seitenlänge a und Flächeninhalt A eines Quadrats

$A = a \cdot a \implies$ nicht direkt proportional

c) Radius r und Umfang u eines Kreises

$u = 2 \cdot \pi \cdot r \implies$ direkt proportional ($k = 2 \cdot \pi$)

d) Radius r und Flächeninhalt A eines Kreises

$A = \pi \cdot r^2 \implies$ nicht direkt proportional

e) Kathetenlänge a und Hypotenuse c eines gleichschenkeligen rechtwinkeligen Dreiecks

$c^2 = a^2 + a^2 \implies c^2 = 2 \cdot a^2 \implies c = \sqrt{2} \cdot a \implies$ direkt proportional ($k = \sqrt{2}$)

Produkt konstant

Du fährst mit *konstanter* Geschwindigkeit v eine Rennstrecke mit Länge $s = 100\,\text{m}$.
Mit der konstanten Geschwindigkeit v (in m/s) erreichst du das Ziel nach t Sekunden.

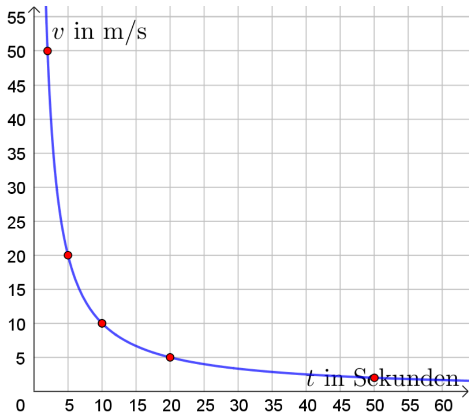
Je größer die Zielzeit t ist, desto kleiner war die Geschwindigkeit v. Es gilt nämlich: $v = \dfrac{100}{t}$

1) Fülle die Wertetabelle aus.

$\cdot\,2$ $:\,4$

t in Sekunden	10	20	5	50	2
v in m/s	10	5	20	2	50

$:\,2$ $\cdot\,4$



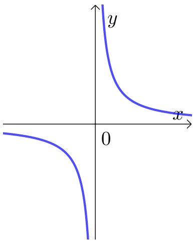
2) Zeichne die Wertepaare im Koordinatensystem rechts ein.

3) Welche konstante Geschwindigkeit ist notwendig, damit du nach 4,2 Sekunden das Ziel erreichst?

$$\frac{100\,\text{m}}{4{,}2\,\text{s}} = 23{,}8\ldots\,\text{m/s}$$

Wir sagen: *„Die Zielzeit t und die Geschwindigkeit v sind **indirekt proportional**.“*

Indirekte Proportionalität



Zwischen zwei Größen x und y besteht ein **indirekt proportionaler** Zusammenhang,

wenn $\boldsymbol{x \cdot y = k}$ bzw. $\boldsymbol{y = \dfrac{k}{x}}$ mit einer Konstante $k \neq 0$ gilt, wobei $x, y \neq 0$.

Die Lösungen der Gleichung $y = \dfrac{k}{x}$ liegen auf einer **Hyperbel**.

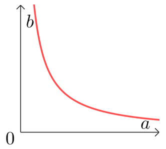
Wenn x mit dem Faktor $f > 1$ vergrößert wird, dann wird y mit dem Faktor $\frac{1}{f} < 1$ verkleinert.

Indirekt Proportional?

Stelle eine Formel für die gegebenen Größen auf.
Entscheide, ob die beiden variablen Größen indirekt proportional sind.
Skizziere im Koordinatensystem rechts den Zusammenhang zwischen den beiden variablen Größen.

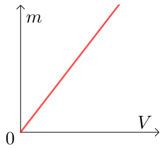
a) Seitenlängen a und b von Rechtecken mit Flächeninhalt $A = 42\,\text{cm}^2$

$a \cdot b = 42 \implies$ indirekt proportional $(k = 42)$



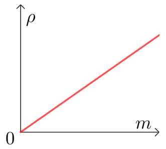
b) Masse m und Volumen V von Körpern mit Dichte $\rho = 23\,\text{g/cm}^3$

$23 = \dfrac{m}{V} \implies$ nicht indirekt proportional (aber direkt prop.)



c) Dichte ρ und Masse m von Körpern mit Volumen $V = 6\,\text{cm}^3$

$\rho = \dfrac{m}{6} \implies \dfrac{m}{\rho} = 6 \implies$ nicht indirekt proportional (aber direkt prop.)



d) Dichte ρ und Volumen V von Körpern mit Masse $m = 87\,\text{kg}$

$\rho = \dfrac{87}{V} \implies \rho \cdot V = 87 \implies$ indirekt proportional $(k = 87)$