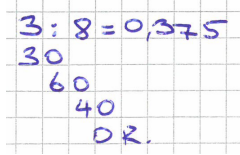




Jede **rationale Zahl** kann man als Bruch $\frac{a}{b}$ mit **ganzen Zahlen** a und $b \neq 0$ schreiben.
 Um einen Bruch in eine Dezimalzahl umzuwandeln, führen wir die Division durch.
 Bei der Berechnung der Nachkommastellen tritt einer der beiden folgenden Fälle ein:

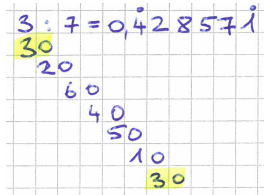
Fall 1: Nach einem Rechenschritt bleibt 0 Rest.



In diesem Fall hat die Dezimalzahl nur endlich viele Nachkommastellen $\neq 0$.

$$\frac{3}{8} = 0,375$$

Fall 2: Es bleibt niemals 0 Rest.



Dann gibt es bei der Division durch 7 nur mehr 6 mögliche Reste, nämlich 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Spätestens bei der 7. Nachkommastelle muss sich also ein Rest wiederholen.
 In diesem Fall ist die Dezimalzahl periodisch.

$$\frac{3}{7} = 0,42857\bar{1} = 0,428571\ 428571\ 428571\ \dots$$

Es gilt auch die Umkehrung:

- 1) Jede Dezimalzahl mit endlich vielen Nachkommastellen $\neq 0$ ist eine rationale Zahl.

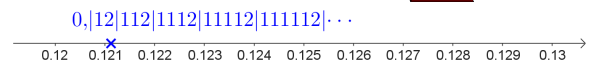
Schreibe die Dezimalzahl als Bruch: $42,23 = \frac{4223}{100}$

- 2) Jede periodische Dezimalzahl ist eine rationale Zahl. Zum Beispiel gilt für $0,4\bar{2}$:

$$\underbrace{100 \cdot 0,4\bar{2}}_{=42,4242\dots} = \underbrace{42 + 0,4\bar{2}}_{=42,4242\dots} \implies 99 \cdot 0,4\bar{2} = 42 \implies 0,4\bar{2} = \frac{42}{99}$$



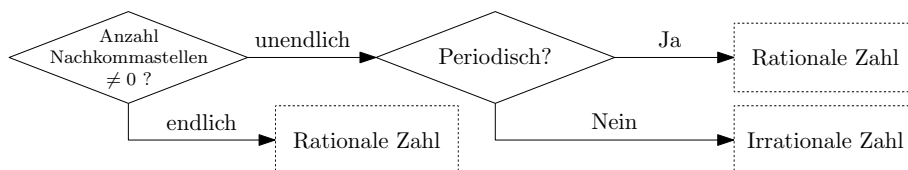
Die Dezimalzahl $0,|12|112|1112|11112|111112|\dots$ liegt zwischen 0,12 und 0,13 auf der Zahlengerade.



Sie hat unendlich viele Nachkommastellen $\neq 0$ und ist *nicht* periodisch.

Man kann sie also *nicht* als Bruch $\frac{a}{b}$ mit ganzen Zahlen a und $b \neq 0$ schreiben.

Zahlen mit dieser Eigenschaft heißen **irrationale Zahlen**:



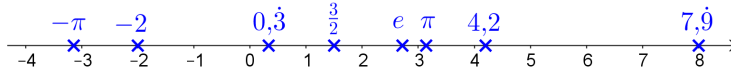
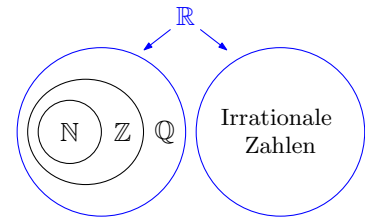
Man kann zeigen, dass zum Beispiel die folgenden Zahlen irrational sind:

- Kreiszahl: $\pi = 3,141592653589793238462643383279502884197169\dots$ Erster **Beweis** im 18. Jhdt.
- Eulersche Zahl: $e = 2,718281828459045235360287471352662497757247\dots$ Erster **Beweis** im 18. Jhdt.
- $\sqrt{2} = 1,414213562373095048801688724209698078569671\dots$ Erster **Beweis** vor mehr als 2000 Jahren.
- $\sqrt{3} = 1,732050807568877293527446341505872366942805\dots$ Erster **Beweis** vor mehr als 2000 Jahren.
- $0,|1|2|3|4|5|6|7|8|9|10|11|12|13|14|15|16|17|18|19|20|21|\dots$ Findest du eine Begründung?

Tatsächlich gibt es unendlich viele irrationale Zahlen.

Die Menge der rationalen Zahlen \mathbb{Q} und die Menge der irrationalen Zahlen bilden zusammen die Menge der **reellen Zahlen** \mathbb{R} .

Wenn man *alle* reellen Zahlen auf der Zahlengerade einträgt, dann ist sie lückenlos gefüllt.



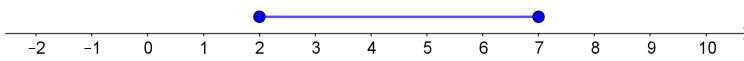
Kreuze jeweils alle Zahlenbereiche an, in denen die Zahl enthalten ist.

	4,2	$\sqrt{5}$	-3	87	$-\frac{1}{3}$	$\sqrt{36}$	$2 \cdot \pi$	$\frac{1}{\sqrt{4}}$	7,58
N				✓		✓			
Z			✓	✓		✓			
Q	✓		✓	✓	✓	✓		✓	✓
R	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Ein **Intervall** ist eine zusammenhängende Teilmenge der reellen Zahlen.

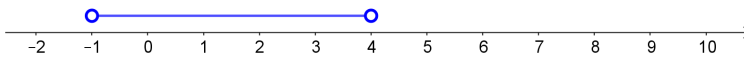
1) **Abgeschlossenes Intervall:** $[2; 7]$

Alle reellen Zahlen, die sowohl ≥ 2 als auch ≤ 7 sind.



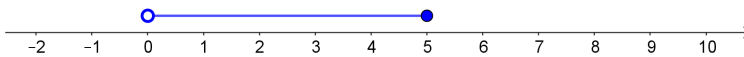
2) **Offenes Intervall:** $] -1; 4[$ bzw. $(-1; 4)$

Alle reellen Zahlen, die sowohl > -1 als auch < 4 sind.



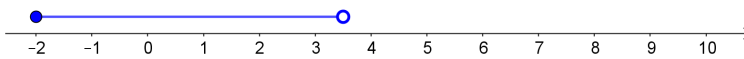
3) **Linksoffenes Intervall:** $]0; 5]$ bzw. $(0; 5]$

Alle reellen Zahlen, die sowohl > 0 als auch ≤ 5 sind.



4) **Rechtsoffenes Intervall:** $[-2; \frac{7}{2}[$ bzw. $[-2; \frac{7}{2})$

Alle reellen Zahlen, die sowohl ≥ -2 als auch $< \frac{7}{2}$ sind.



5) **Unbeschränkte Intervalle:** $]1; \infty[$ bzw. $(1; \infty)$

Alle reellen Zahlen, die > 1 sind.

$]-\infty; 4]$ bzw. $(-\infty; 4]$

Alle reellen Zahlen, die ≤ 4 sind.

Welche der folgenden Zahlen sind im Intervall $[-4; 5]$ enthalten? Kreuze an.

-4,2	4,2	-4	5	$\frac{9}{2}$	$\sqrt{15}$	-1,23	$2 \cdot \pi$
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

