

Steigungsdreieck



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE

Die Gerade rechts unten verläuft durch die Punkte $A = (4 | 2)$ und $B = (4 + \Delta x | 2 + \Delta y)$.

Wir haben das zugehörige **Steigungsdreieck** und den **Steigungswinkel α** eingezeichnet.

Streiche jeweils die falsche Antwort durch:

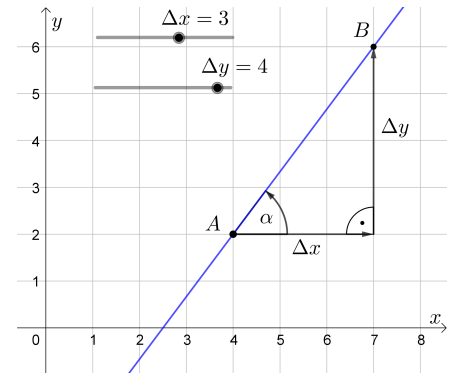
1) Wird nur $\Delta y > 0$ verändert, so gilt:

Je größer Δy , desto $\left\{ \begin{array}{l} \text{steiler/flacher} \\ \text{größer/kleiner} \end{array} \right.$ ist die Gerade.
 größer/kleiner ist der Steigungswinkel.

2) Wird nur $\Delta x > 0$ verändert, so gilt:

Je größer Δx , desto $\left\{ \begin{array}{l} \text{steiler/flacher} \\ \text{größer/kleiner} \end{array} \right.$ ist die Gerade.
 größer/kleiner ist der Steigungswinkel.

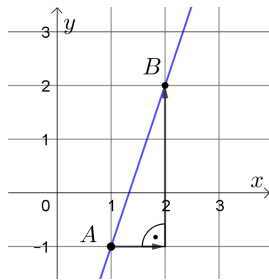
Das Seitenverhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nennen wir die **Steigung** der Gerade.



Steigungsdreieck



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE



Bei der Gerade links ist ein Steigungsdreieck mit

$$\Delta x = 1 \quad \text{und} \quad \Delta y = 3$$

eingezeichnet. Welche Steigung hat die Gerade?

$$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

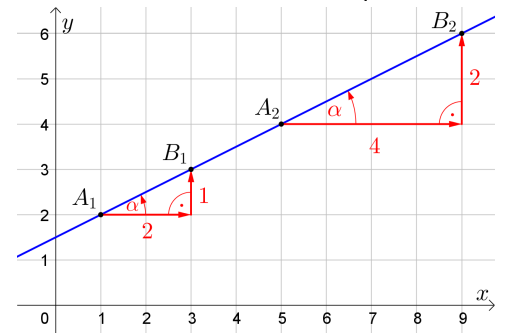
Steigungsmessung



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE

- 1) Zeichne rechts jeweils ein Steigungsdreieck mit Eckpunkten A_1 und B_1 bzw. A_2 und B_2 ein.
- 2) Erkläre, warum die beiden Dreiecke ähnlich zueinander sind.

Beide Dreiecke haben die drei Winkel α , 90° und $90^\circ - \alpha$.



Deshalb liefert *jedes* Steigungsdreieck einer Gerade das *gleiche* Seitenverhältnis $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

3) Berechne die Steigung der Gerade, und ergänze das Verkehrsschild.

$$k = \frac{2}{4} = 0,5 = 50\%$$



4) Berechne den Steigungswinkel α der Gerade.

$$\tan(\alpha) = \frac{1}{2} \implies \alpha = \arctan\left(\frac{1}{2}\right) = 26,56\dots^\circ$$

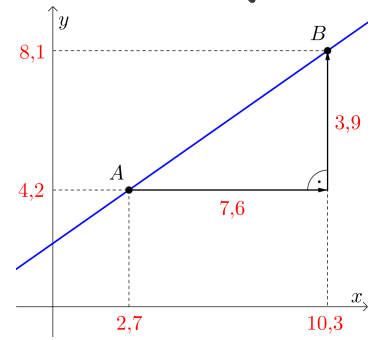
Formel



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE

Die rechts dargestellte Gerade verläuft durch die Punkte $A = (2,7 | 4,2)$ und $B = (10,3 | 8,1)$.
Beschrifte die Skizze und berechne die Steigung der Gerade.

$$\frac{8,1 - 4,2}{10,3 - 2,7} = \frac{3,9}{7,6} = 0,5131... = 51,31... \%$$



Differenzenquotient & Steigungswinkel



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE

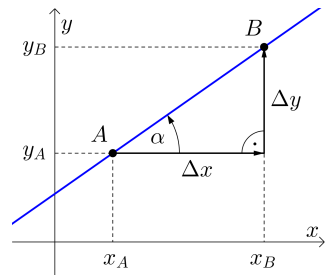
Eine Gerade verläuft durch die Punkte $A = (x_A | y_A)$ und $B = (x_B | y_B)$.

Die **Steigung** der Gerade ist der folgende **Differenzenquotient**:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Zwischen **Steigungswinkel** und Steigung gilt folgender Zusammenhang:

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Negative Steigung



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE

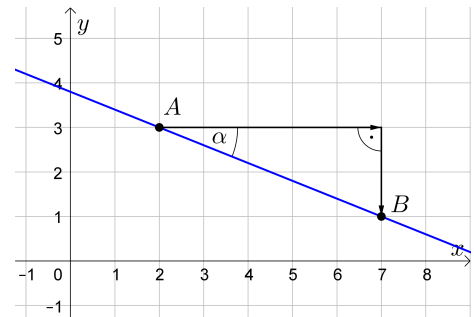
Die rechts dargestellte Gerade verläuft durch die Punkte $A = (2 | 3)$ und $B = (7 | 1)$.

1) Berechne die Steigung mit dem Differenzenquotienten.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - 3}{7 - 2} = \frac{-2}{5} = -0,4$$

2) Berechne den rechts eingezeichneten **Neigungswinkel** α .

$$\tan(\alpha) = \frac{2}{5} \implies \alpha = \arctan\left(\frac{2}{5}\right) = 21,8...^\circ$$



Steigungswinkel ↔ Steigung



MATHEMATIK
macht
FREU(N)DE

1) Erkläre anhand der Skizze, warum eine Gerade mit Steigung $100\% = 1$ *nicht* senkrecht ist.

Tatsächlich entsprechen 100% Steigung einem Steigungswinkel von 45° .

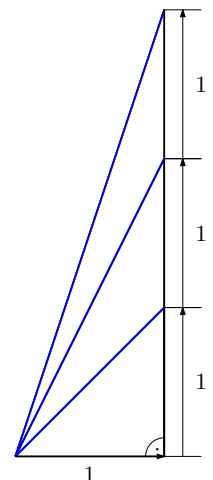
2) Erkläre anhand der Skizze, warum eine Gerade mit Steigung $200\% = 2$ *nicht* den Steigungswinkel $2 \cdot 45^\circ = 90^\circ$ hat.

Schlussrechnungen zwischen Steigung und Steigungswinkel sind *nicht* zulässig.
Berechne den tatsächlichen Steigungswinkel.

$$\tan(\alpha) = 2 \implies \alpha = \arctan(2) = 63,43...^\circ$$

3) Welcher Steigung entspricht ein Steigungswinkel von $89,9^\circ$?

$$\tan(89,9^\circ) = 572,9...$$



Ein Steigungswinkel von 90° kann *nicht* als Steigung in Prozent ausgedrückt werden.