Streckenteilung

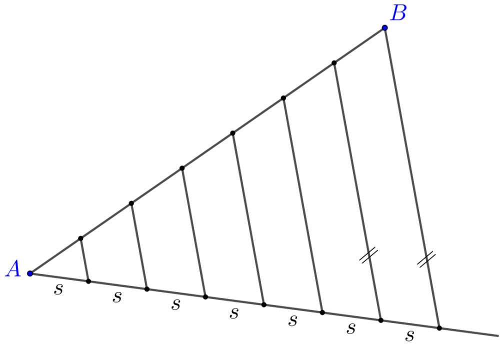
Wir wollen die Strecke AB im Bild links unten in 7 gleich lange Strecken teilen.

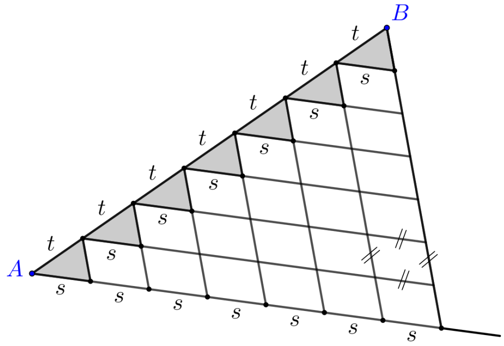
i) Dazu zeichnen wir einen Strahl ausgehend vom Punkt A in eine andere Richtung.

ii) Auf diesem Strahl tragen wir 7 gleich lange Strecken mit beliebiger Länge s ab.

iii) Wir verbinden den Punkt B mit dem letzten Streckenende.

iv) Durch Parallelverschieben teilen wir die Strecke AB – wie dargestellt – in 7 Strecken.



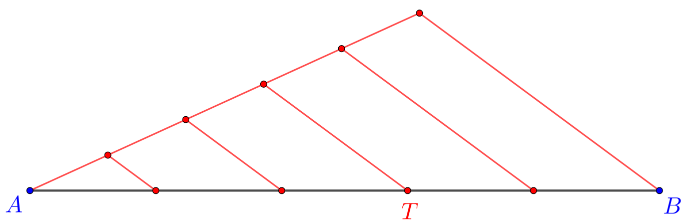


Tatsächlich teilen wir die Strecke AB auf diese Weise in 7 *gleich lange* Strecken.

Begründung: Die im rechten Bild durch Parallelverschieben erzeugten Vierecke sind Parallelogramme.
Erinnere dich, dass in Parallelogrammen jeweils gegenüberliegende Seiten gleich lang sind.
Die grau markierten Dreiecke im rechten Bild sind also kongruent, weil sie in allen Winkeln und einer Seitenlänge übereinstimmen.
Die grau markierten Dreiecke stimmen also auch in allen Seitenlängen überein.

Streckenteilung

Auf der dargestellten Strecke AB liegt ein Punkt T, der diese im Verhältnis $3:2$ teilt. $AT : TB = 3 : 2$
Konstruiere diesen Punkt T.



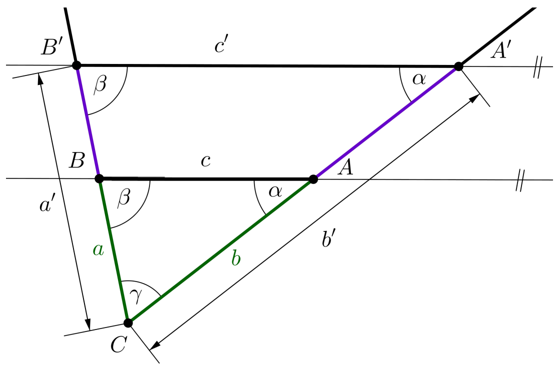
Strahlensatz

Von einem Punkt C gehen zwei Strahlen in verschiedene Richtungen aus.

Diese Strahlen werden – wie rechts dargestellt – von zwei parallelen Geraden geschnitten.

Dann gilt der sogenannte **Strahlensatz**:

1) $\dfrac{a'-a}{a} = \dfrac{b'-b}{b}$ **2)** $\dfrac{a'}{a} = \dfrac{b'}{b} = \dfrac{c'}{c}$



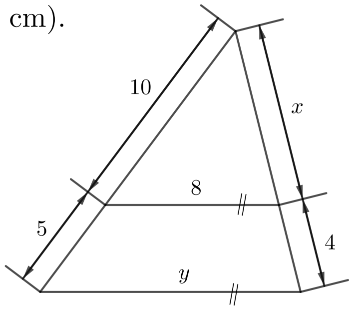
Wenn das Teilungsverhältnis $a' : a$ eine rationale Zahl ist, dann kann man den Strahlensatz genau wie oben begründen.
Tatsächlich stimmt der Strahlensatz auch für irrationale Teilungsverhältnisse wie $\sqrt{2} : 1$.

Man kann auch eine **Umkehrung** dieser Aussage zeigen:

Liegen die Punkte A, B, A', B' so auf den beiden von C ausgehenden Strahlen, dass $\dfrac{a'}{a} = \dfrac{b'}{b}$ gilt, dann müssen AB und $A'B'$ parallel sein.

Strahlensatz

Berechne die Längen x und y in der rechts dargestellten Figur (Längen in cm).

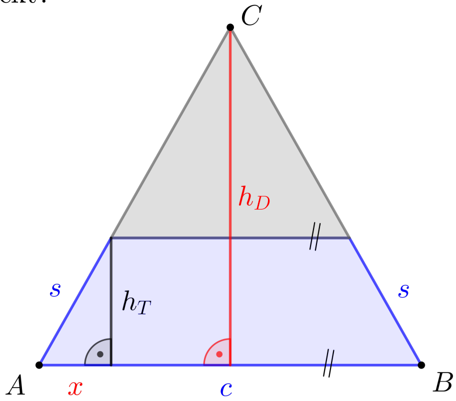


$$\frac{10}{5} = \frac{x}{4} \implies x = 8\,\text{cm}$$

$$\frac{y}{8} = \frac{15}{10} \implies y = 8 \cdot 1{,}5 = 12\,\text{cm}$$

Gleichschenkeliges Trapez

Das dargestellte Dreieck ABC ist gleichschenkelig und hat die Basislänge $c = 18\,\text{cm}$.
Wir schneiden vom Dreieck parallel zur Basis ein Dreieck ab.
Übrig bleibt ein gleichschenkeliges Trapez mit der Schenkellänge $s = 7\,\text{cm}$ und der Höhe $h_T = 6\,\text{cm}$.
Wieviel Prozent der Dreiecksfläche ABC wird vom Trapez bedeckt?



$$x = \sqrt{s^2 - h_T^2} = \sqrt{13} = 3{,}60\ldots\,\text{cm}$$

$$\text{Trapez:} \quad F_T = \frac{[c + (c - 2 \cdot x)] \cdot h_T}{2} = 86{,}3\ldots\,\text{cm}^2$$

$$\frac{h_D}{h_T} = \frac{c/2}{x} \implies h_D = h_T \cdot \frac{c/2}{x} = 14{,}9\ldots\,\text{cm}$$

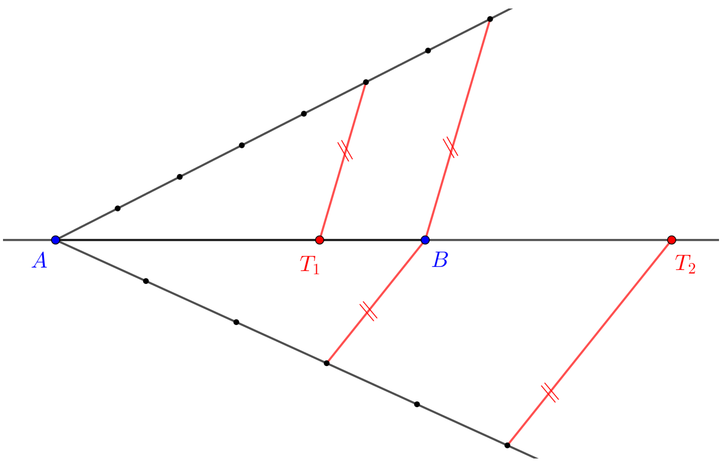
$$\text{Dreieck } ABC\text{:} \quad F_D = \frac{c \cdot h_D}{2} = 134{,}7\ldots\,\text{cm}^2$$

$$\frac{F_T}{F_D} = 0{,}6407\ldots = 64{,}07\ldots\,\%$$

Das Trapez bedeckt 64,07... % der Dreiecksfläche.

Innerer Teilungspunkt & Äußerer Teilungspunkt

Die Punkte A und B liegen auf der unten dargestellten Gerade.



Es gibt zwei *verschiedene* Punkte T_1 und T_2 auf dieser Gerade, für die gilt:

$$AT_1 : T_1B = 5 : 2 = AT_2 : T_2B$$

1) Konstruiere den sogenannten **inneren Teilungspunkt T_1**, der zwischen A und B liegt.

2) Konstruiere den sogenannten **äußeren Teilungspunkt T_2**, der *nicht* zwischen A und B liegt.