

Statt $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ schreiben wir kürzer 10^7 .

Allgemein schreiben wir: $10^n = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 10}_{n \text{ Faktoren}}$ ($n \in \mathbb{N}^+$)

Die Zahl 10 heißt **Basis** der **Zehnerpotenz** 10^n . Die Zahl n heißt **Exponent**.

Rechenregeln für Zehnerpotenzen 

Trage jeweils den richtigen Exponenten in das Kästchen ein.

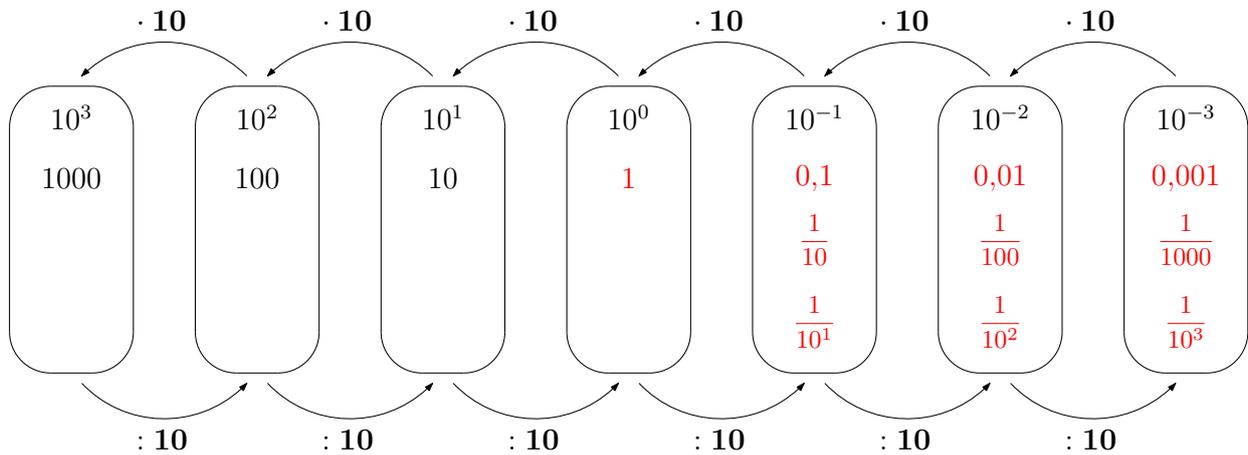
1) $10^3 \cdot 10^2 = (10 \cdot 10 \cdot 10) \cdot (10 \cdot 10) = 10^5$ Allgemein gilt: $10^x \cdot 10^y = 10^{x+y}$

2) $\frac{10^7}{10^3} = \frac{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}}{\cancel{10} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{10}} = 10^4$ Allgemein gilt: $\frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}$

3) $(10^2)^3 = 10^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 = 10^6$ Allgemein gilt: $(10^x)^y = 10^{x \cdot y}$

Zehnerpotenzen mit ganzzahligen Exponenten 

Welche Zahlen sind $10^0, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, \dots$? Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.



Merke: i) $10^n = 10 \dots 0$ (n 0er) ii) $10^0 = 1$ iii) $10^{-n} = 0,0 \dots 01 = \frac{1}{10^n}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Damit gelten alle Rechenregeln für Zehnerpotenzen auch mit ganzzahligen Exponenten.

Zehnerpotenzen mit ganzzahligen Exponenten 

Ordne die Zahlen der Größe nach: $0, 10^2, 10^{-2}, -10^2, -10^{-2}, 10^3, 10^{-3}, -10^3, -10^{-3}$

$$-10^3 < -10^2 < -10^{-2} < -10^{-3} < 0 < 10^{-3} < 10^{-2} < 10^2 < 10^3$$

Rechenregeln für Zehnerpotenzen 

Schreibe das Ergebnis als Zehnerpotenz an.

a) $\frac{10^4 \cdot 10^2}{10^3} = \frac{10^6}{10^3} = 10^3$

c) $(10^{-3})^2 \cdot 10^0 = 10^{-6}$

b) $\frac{10^{-2} \cdot 10^5}{10^{-4}} = \frac{10^3}{10^{-4}} = 10^7$

d) $10 \cdot (10^{-2})^{-4} = 10 \cdot 10^8 = 10^9$

Dezimalsystem 

Im **Dezimalsystem** entspricht jeder Stelle eine Zehnerpotenz.
 Zum Beispiel gilt für die **Dezimalzahl** 4287,023:

10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
4	2	8	7	0	2	3

$$4287,023 = 4 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 7 \cdot 1 + 0 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,01 + 3 \cdot 0,001 =$$

$$= 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}$$

Dezimalsystem 

Stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

- a) $3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 9 \cdot 10^{-3} = 302,509$
- b) $1 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-2} = 3,1415$

Multiplikation mit Zehnerpotenzen 

Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein, und stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

$$4287,023 \cdot 10^2 = (4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^2 =$$

$$= 4 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 0 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} =$$

$$= 428702,3$$

Merke: Eine Multiplikation mit 10^n verschiebt das Komma um n Stellen nach *rechts* ($n \in \mathbb{N}$).

$$4287,023 \cdot 10^{-2} = (4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^{-2} =$$

$$= 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 0 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-4} + 3 \cdot 10^{-5} =$$

$$= 42,87023$$

Merke: Eine Multiplikation mit 10^{-n} verschiebt das Komma um n Stellen nach *links* ($n \in \mathbb{N}$).

Multiplikation mit Zehnerpotenzen 

Stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

- a) $4,2 \cdot 10^4 = 42\,000$ b) $10,3 \cdot 10^{-5} = 0,000\,103$ c) $-10,8 \cdot 10^3 = -10\,800$

Besondere Zehnerpotenzen 

Trage die richtigen Exponenten in die Kästchen ein.

1 Million = 1 000 000 = 10^6	1 Prozent = 1 % = $\frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$
1 Milliarde = 1 000 000 000 = 10^9	1 Promille = 1 ‰ = $\frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$
	1 part per million = 1 ppm = $\frac{1}{1\,000\,000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$

Besondere Zehnerpotenzen 

Trage die richtigen Zahlen in die Kästchen ein, und stelle das Ergebnis als Dezimalzahl dar.

- a) 0,08 Millionen = $0,08 \cdot 10^6 = 80\,000$ c) $0,2 \text{ ‰} = 0,2 \cdot 10^{-3} = 0,0002$
- b) $42 \text{ ‰} = 42 \cdot 10^{-2} = 0,42$ d) $5000 \text{ ppm} = 5000 \cdot 10^{-6} = 0,05$

Die mittlere Entfernung zwischen Erde und Sonne beträgt rund 149 597 870 700 m.
Trage den richtigen Exponenten in das Kästchen ein:

$$149\,597\,870\,700\text{ m} = 1,495\,978\,707 \cdot 10^{11}\text{ m}$$

Gib die Zahl 149 597 870 700 in deinen Taschenrechner ein, drücke die Taste $\boxed{=}$ und vergleiche.

Trage jeweils den richtigen Exponenten in das Kästchen ein:

$$8315 = 8315 \cdot 10^0 = 831,5 \cdot 10^1 = 83,15 \cdot 10^2 = 8,135 \cdot 10^3 = 0,8135 \cdot 10^4$$

Das Komma „gleitet“ beim Multiplizieren mit Zehnerpotenzen zwischen den Stellen.
Wir sprechen deshalb auch von **Gleitkommadarstellungen** der Zahl 8315.

Der Taschenrechner verwendet die Gleitkommadarstellung $\pm a \cdot 10^k$ mit $1 \leq a < 10$ mit $a \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.
Es ist also genau eine Ziffer links vom Komma. Diese Ziffer ist $\neq 0$. Zum Beispiel: $149\,597\,870\,700 = 1,495\dots \cdot 10^{11}$

Berechne das Ergebnis ohne Taschenrechner. Trage dazu die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.

a) $50\,000 \cdot 0,03 = 5 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 15 \cdot 10^2 = 1500$

b) $0,001^4 = (10^{-3})^4 = 10^{-12}$

c) $\frac{0,014 \cdot 30}{0,07} = \frac{14 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^1}{7 \cdot 10^{-2}} = 6 \cdot 10^0 = 6$

Berechne mit dem Taschenrechner: $42^{42} = \underbrace{42 \cdot 42 \cdot \dots \cdot 42}_{42 \text{ Faktoren}} = 1,501\,309\dots \cdot 10^{68}$

Die Zahl ist so groß, dass der Taschenrechner nur ein gerundetes Ergebnis angeben kann.
Wie viele Stellen hat das exakte Ergebnis?

$42^{42} = 1,501\,309\dots \cdot 10^{68} = \underbrace{1501309\dots}_{69 \text{ Stellen}}$ ist eine natürliche Zahl mit 69 Stellen.

Trage ohne Taschenrechner die richtigen Zahlen in die Kästchen ein.

Für die Anzahl an Sekunden pro Jahr gilt: $1 \text{ Jahr} = \underbrace{365}_{\approx 4 \cdot 10^2} \cdot \underbrace{24}_{\approx 2 \cdot 10^1} \cdot \underbrace{60 \cdot 60}_{\approx 4 \cdot 10^3} \text{ s} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ s}$

Die Sonne verliert pro Sekunde durch Energieabstrahlung rund 4 Millionen Tonnen an Masse, also:

$$4 \cdot 10^6 \frac{\text{t}}{\text{s}} = 4 \cdot 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \approx 1,2 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg}}{\text{Jahr}}$$

In den nächsten 5 Milliarden Jahren verliert die Sonne durch Energieabstrahlung also rund

$$6 \cdot 10^{26} \text{ kg}$$

an Masse. Ihre derzeitige Masse beträgt übrigens rund $2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, also mehr als das 1000-fache dieses Masseverlusts.

