Aufgabensammlung – Hyperbolische Winkelfunktionen

1. Definition der hyperbolischen Winkelfunktionen

Hyperbolische Winkelfunktionen

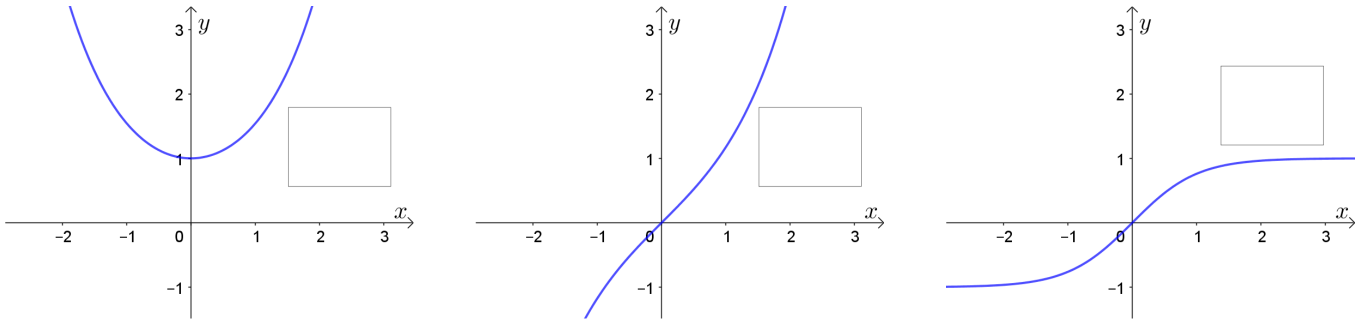
Die hyperbolischen Winkelfunktionen sinh, cosh, tanh : $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sind wie folgt definiert.

Sinus hyperbolicus: $$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Cosinus hyperbolicus: $$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Tangens hyperbolicus: $$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

1.1. Ordne den Funktionen sinh, cosh und tanh ihren Funktionsgraphen zu.



1.2. Gegeben ist $y \in \mathbb{R}$. Löse die Gleichung.

a) $\sinh(x) = y$ **b)** $\cosh(x) = y$ **c)** $\tanh(x) = y$

Tipp: Substituiere $u = e^x$.

Datum: 31. Mai 2019.

2. Trigonometrische Identitäten

2.1. Rechne die Gültigkeit der Identität nach.

a) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$

b) $\sinh(-x) = -\sinh(x)$

c) $\cosh(-x) = \cosh(x)$

d) $\tanh(-x) = -\tanh(x)$

e) $\tanh(x) = \dfrac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$

f) $\sinh(2 \cdot x) = 2 \cdot \sinh(x) \cdot \cosh(x)$

g) $\cosh(2 \cdot x) = \cosh^2(x) + \sinh^2(x)$

h) $\sinh(x \pm y) = \sinh(x) \cdot \cosh(y) \pm \cosh(x) \cdot \sinh(y)$

i) $\cosh(x \pm y) = \cosh(x) \cdot \cosh(y) \pm \sinh(x) \cdot \sinh(y)$

j) $\tanh(x \pm y) = \dfrac{\tanh(x) \pm \tanh(y)}{1 \pm \tanh(x) \cdot \tanh(y)}$

3. Ableitung und Stammfunktion

3.1. Rechne die folgenden Ableitungen nach.

a) $\sinh'(x) = \cosh(x)$ **b)** $\cosh'(x) = \sinh(x)$ **c)** $\tanh'(x) = \dfrac{1}{\cosh^2(x)}$

3.2. Finde Stammfunktionen für sinh, cosh, und tanh.

3.3. Sei $a > 0$. Berechne die Bogenlänge des Graphen von $f(x) = \cosh(x)$ auf dem Intervall $[-a; a]$.