Funktionen definieren

Funktionen kannst du in der Eingabezeile oder im CAS definieren:

$$p(x) = 6 \cdot x^3 - 9 \cdot x^2 + \frac{3}{2} \cdot x - 0{,}8$$

Eingabe: p(x):=6*x^3-9*x^2+3/2*x-0.8

CAS
1 p(x):=6*x^3-9*x^2+3/2*x-0.8
→ $p(x) := 6\,x^3 - 9\,x^2 + \frac{3}{2}\,x - \frac{4}{5}$

⚠ Definiere Funktionen mit := und *nicht* mit =.
In der Eingabezeile ist zwar beides möglich, in der CAS-Ansicht aber nur :=.

Wertetabelle, Nullstellen, Extremstellen, Wendestellen

Für die Funktion p gilt: $p(x) = 6 \cdot x^3 - 9 \cdot x^2 + \frac{3}{2} \cdot x - 0{,}8$

a) Verwende das CAS, um die folgende Wertetabelle zu vervollständigen.

= (symbolische Berechnung)
≈ (numerische Berechnung)
x= oder **Löse**
x≈ oder **NLöse**

x	-1	0	1		2	3
$p(x)$				2		

b) Die Nullstellen von p sind die Lösungen der Gleichung $\boxed{}$.

Löse diese Gleichung im CAS.

Alternativ kannst du den Befehl **Nullstelle** in der Eingabezeile verwenden:

Eingabe: Nullstelle(p)

Damit wird die Nullstelle auch in der Grafik-Ansicht angezeigt.

c) Jede Extremstelle von p ist eine Lösung der Gleichung $\boxed{}$.

Löse diese Gleichung im CAS.
Begründe mithilfe der 2. Ableitungsfunktion, ob p an diesen Extremstellen jeweils ein lokales Minimum oder ein lokales Maximum hat.

Alternativ kannst du den Befehl **Extremum** in der Eingabezeile verwenden:

Eingabe: Extremum(p)

Damit werden die Extrempunkte auch in der Grafik-Ansicht angezeigt.

d) Jede Wendestelle von p ist eine Lösung der Gleichung $\boxed{}$.

Löse diese Gleichung im CAS.
Begründe mithilfe der 3. Ableitungsfunktion, ob p an dieser Wendestelle das Krümmungsverhalten von $\smile +$ auf $\frown -$ ändert oder umgekehrt.

Alternativ kannst du den Befehl **Wendepunkt** in der Eingabezeile verwenden:

Eingabe: Wendepunkt(p)

Damit wird der Wendepunkt auch in der Grafik-Ansicht angezeigt.

Tangente

Für die Funktion f gilt: $f(x) = 0{,}8 \cdot e^{-0{,}42 \cdot x}$

Eingabe: f(x) := 0.8*exp(-0.42*x)

Für die Tangente an f an der Stelle $x = -2$ gilt: $y = k \cdot x + d$

1) Stelle mithilfe von f jeweils eine Formel zur Berechnung von k und d auf.

$k =$ ____________ $d =$ ____________

2) Eine Gleichung dieser Tangente kannst du auf zwei Arten ermitteln.

Berechnung im CAS:

CAS	
1	k:=f'(-2)
	≈ **k := −0.7783**
2	d:=f(-2)-k*(-2)
	≈ **d := 0.29649**

$\Longrightarrow \quad y = -0{,}778... \cdot x + 0{,}296...$

Konstruktion in der Grafik-Ansicht:

i) Punkt am Graphen definieren

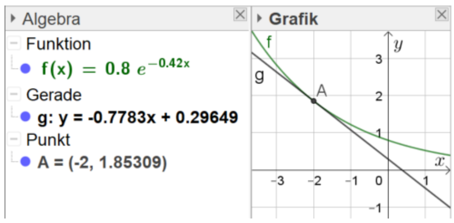
Eingabe: A=(-2,f(-2))

ii) Tangente konstruieren

Eingabe: Tangente(A, f) oder

iii) Gleichung in der Algebra-Ansicht ablesen

Rechtsklick auf Gerade $\rightsquigarrow$ Gleichung $y = k \cdot x + d$



Steigung & Steigungswinkel

Für die Funktion w gilt: $w(x) = 3 \cdot \sqrt{2 \cdot x - 8}$

Eingabe: w(x):=3*sqrt(2*x-8)

1) Ermittle die Steigung von w an der Stelle $x = 7$ in Prozent.

2) Stelle mithilfe von w und x_0 eine Formel für den Steigungswinkel α an der Stelle x_0 auf:

$\alpha =$ ____________

3) Den Steigungswinkel (in °) von w an der Stelle $x = 7$ kannst du auf zwei Arten ermitteln.

Berechnung im CAS:

GeoGebra rechnet im Bogenmaß.

CAS	
1	w'(7)
	≈ **1.22474**
2	arctan(w'(7))*180/pi
	≈ **50.76848**
3	arctand(w'(7))
	≈ **50.76848°**

Konstruktion in der Grafik-Ansicht:

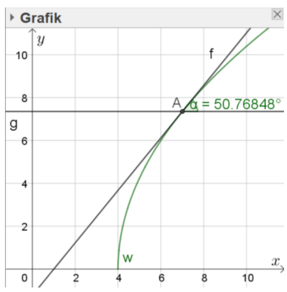
i) Punkt am Graphen Eingabe: (7,w(7))

ii) Tangente in Punkt

iii) Parallele Gerade zur x-Achse

iv) Winkel zwischen den Geraden

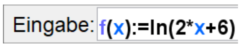
Wähle die Geraden gegen den Uhrzeigersinn aus.



4) Ermittle jene Stelle, an der der Steigungswinkel 42° beträgt.

Schnittpunkte & Schnittwinkel

Für die Funktionen f und g gilt: $f(x) = \ln(2 \cdot x + 6)$ bzw. $g(x) = e^x$

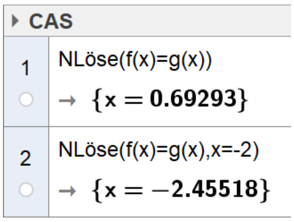


1) Die Schnittstellen von f und g sind die Lösungen der Gleichung ______________.

Diese Gleichung kann *nicht* nach x umgeformt werden.

Die Schnittstellen kannst du dennoch auf zwei Arten näherungsweise ermitteln:

Berechnung im CAS mit den Befehlen
NLöse(<Gleichung>) bzw.
NLöse(<Gleichung>, <Variable = Startwert>):

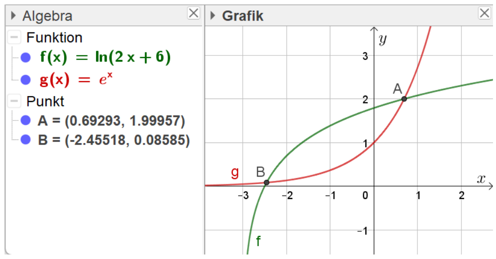


Um die zweite Schnittstelle zu erhalten, wählen wir einen Startwert „nahe bei“ dieser Schnittstelle.

Konstruktion in der Grafik-Ansicht:

i) Schneide-Werkzeug auswählen

ii) Funktionsgraphen nacheinander anklicken
Die Position des zweiten Klicks legt den Startwert fest.



iii) Schnittpunkte bzw. Schnittstellen in der Algebra-Ansicht ablesen

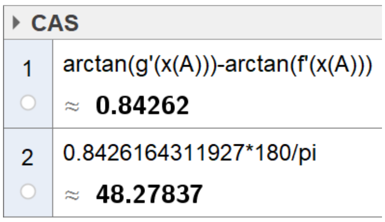
Tipp: Wenn du die Schnittpunkte A und B konstruiert hast, kannst du mit den Befehlen $x(A)$, $y(A)$, $x(B)$ und $y(B)$ auf ihre Koordinaten zugreifen, um mit ihnen weiterzurechnen.

2) Die Funktion g hat an der Schnittstelle $x_A = 0{,}692...$ eine größere Steigung als die Funktion f.
Stelle mithilfe von f, g und x_A eine Formel für den Schnittwinkel α auf:

$\alpha =$ ______________________________

3) Den Schnittwinkel α (in °) an der Schnittstelle $x_A = 0{,}692...$ kannst du auf zwei Arten ermitteln.

Berechnung im CAS:



Konstruktion in der Grafik-Ansicht:

i) Tangenten an beide Graphen legen

ii) Winkel zwischen den Tangenten