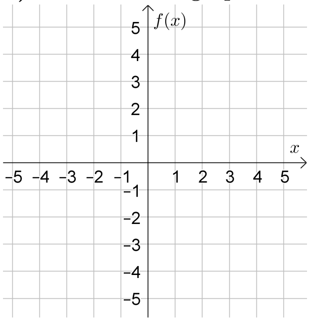
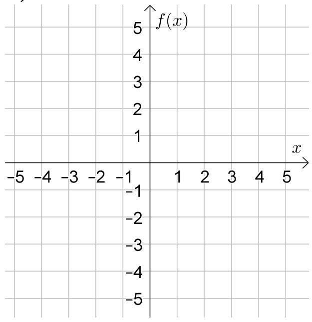
Gib zu jeder Eigenschaft die zugehörige(n) Gleichung(en) an, und skizziere einen möglichen Funktionsgraphen.

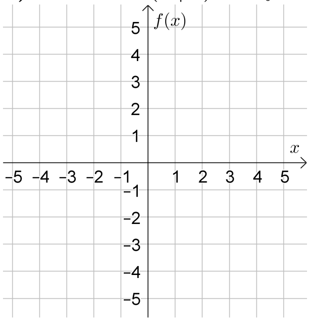
1) Der Funktionsgraph verläuft durch den Punkt $(1 \mid 4)$.



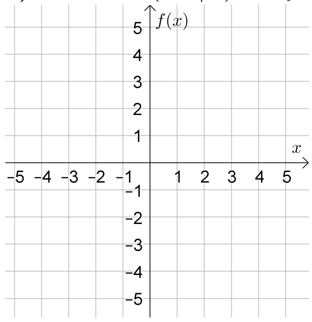
2) Die Funktion hat die Nullstelle $x = 3$.



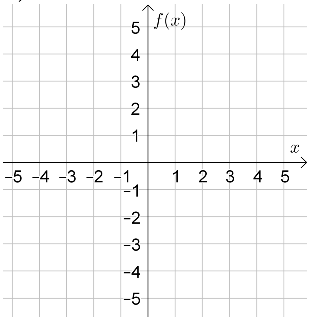
3) Im Punkt $(2 \mid 1)$ hat f ein lokales Minimum.



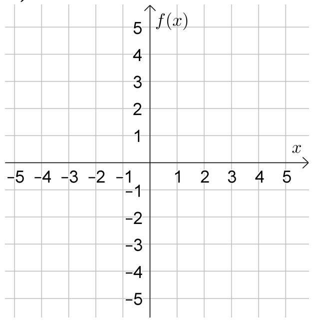
4) Im Punkt $(-2 \mid 3)$ hat f ein lokales Maximum.



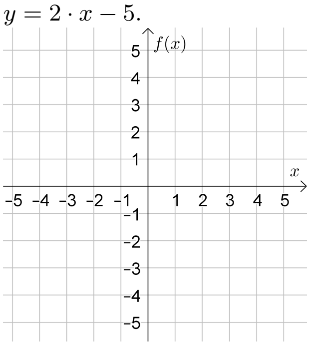
5) Die Funktion hat den Wendepunkt $(2 \mid 3)$.



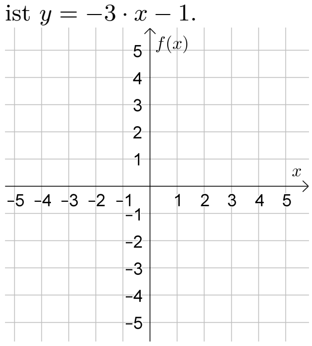
6) Die Funktion hat den Sattelpunkt $(3 \mid -1)$.



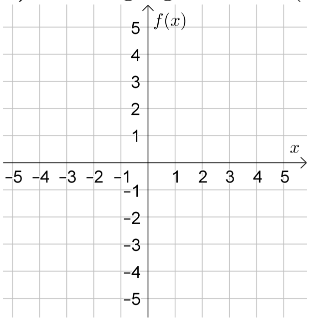
7) Die Gleichung der Tangente an der Stelle $x = 3$ ist $y = 2 \cdot x - 5$.



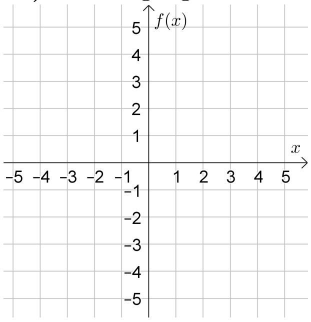
8) Die Gleichung der Wendetangente an der Stelle $x = -1$ ist $y = -3 \cdot x - 1$.



9) Die Steigung im Punkt $(-4 \mid -2)$ beträgt $20\,\%$.



10) Der Steigungswinkel im Punkt $(-2 \mid -1)$ ist $63{,}4°$.



① Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ verläuft durch die Punkte $A = (3 \mid -2)$ und $B = (-2 \mid 5)$. Bei $x = 1$ hat die Funktion ein lokales Minimum. $x = 4$ ist eine Wendestelle.

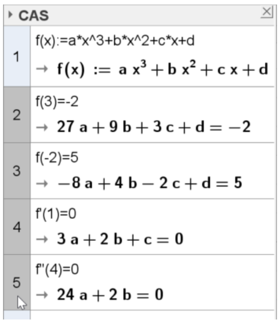
1) Erstelle ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten a, b, c und d.

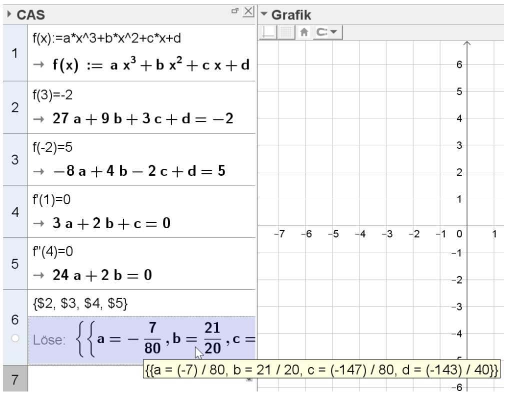
2) Ermittle a, b, c und d.

Umgekehrte Kurvenuntersuchung mit GeoGebra lösen

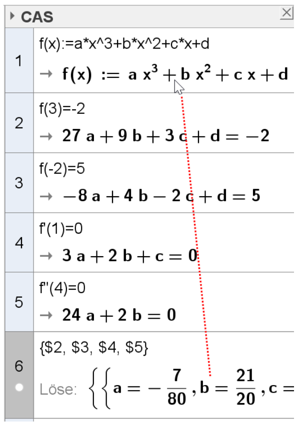
1) Unter Ansicht die CAS-Ansicht öffnen. Die Funktionsgleichung und Gleichungen eingeben.

2) Das Gleichungssystem (Zeilen 2-5) mit der Maus markieren (Maustaste gedrückt halten).
GeoGebra löst das Gleichungssystem mit Klick auf x= exakt oder mit Klick auf x≈ näherungsweise.

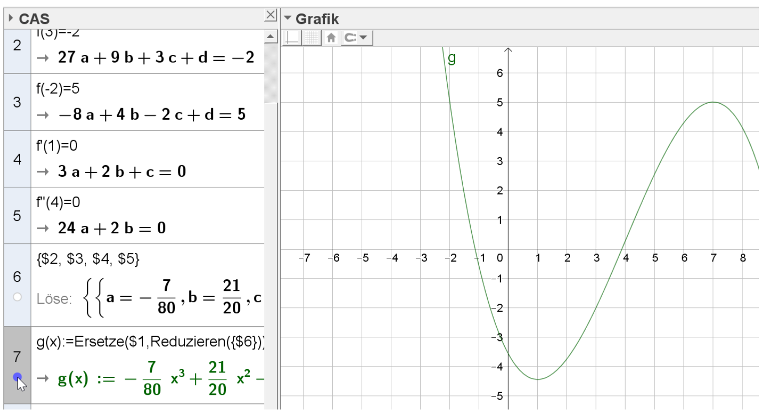




3) Falls wir den Funktionsgraphen zur Kontrolle sehen möchte oder mit der Funktion weiterrechnen möchten:
Lösungsliste (Zeile 6) mit der Maus in die Funktionsgleichung (Zeile 1) ziehen (Drag & Drop). Das funktioniert mit GeoGebra Classic 5.
In der nächsten Zeile (Zeile 7) wird dann die Funktionsgleichung mit eingesetzten Koeffizienten angezeigt.
Alternativ kannst du den Befehl Ersetze(<Ausdruck>, <Substitutionsliste>) verwenden.



4) Heißt die unabhängige Variable x, wird der Funktion mit Klick auf den weißen Kreis (unter Zeilennummer 7) ein Name gegeben. Der Funktionsgraph ist dann in der Grafik-Ansicht zu sehen.



5) Verändern wir jetzt die Bedingungen an die Funktion (Zeile 2-5), wird automatisch die Gleichung und der Graph von g aktualisiert.

② Eine quadratische Funktion q hat die Nullstellen $x_1 = 2$ und $x_2 = -3$.
Ihr Graph schneidet die vertikale Achse im Punkt $(0 \mid -12)$.

1) Ermittle eine Funktionsgleichung von q.

③ Eine Polynomfunktion h vom Grad 4 hat den Sattelpunkt $(1 \mid 3)$.
An der Stelle $x = -2$ hat die Tangente an den Graphen die Gleichung $3 \cdot x + y = -4$.

1) Ermittle eine Funktionsgleichung von h.

④ Die Funktion E mit $E(x) = a \cdot e^{b \cdot x} + c$ hat an der Stelle $x = 0$ die Tangente $y = -0{,}6 \cdot x + 6$.
Der Graph verläuft durch den Punkt $(-5 \mid 4 + 2 \cdot \sqrt{e^3})$.

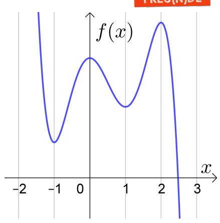
1) Ermittle die Parameter a, b und c.

⑤ Der Graph einer Polynomfunktion f ist rechts dargestellt.

1) Begründe, welchen Grad die Polynomfunktion mindestens haben muss.

2) Ermittle eine Gleichung einer Polynomfunktion, deren Graph so wie rechts aussieht.

Die exakte Skalierung in vertikaler Richtung ist *nicht* wichtig.



⑥ Der Graph einer Polynomfunktion 4. Grades G ist symmetrisch zur vertikalen Achse („gerade Funktion“) und verläuft durch den Koordinatenursprung. Im Punkt $(2 \mid 1)$ hat die Funktion ein lokales Maximum.

1) Erstelle ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten.

2) Ermittle eine Funktionsgleichung von G.

⑦ Der Graph einer Polynomfunktion 3. Grades U ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung („ungerade Funktion“). Der Graph verläuft durch den Punkt $(-2 \mid 3)$ und hat an der Stelle 1 einen Steigungswinkel von 30°.

1) Erstelle ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten.

2) Ermittle eine Funktionsgleichung von U.

① $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
I : $f(3) = -2$, II : $f(-2) = 5$, III : $f'(1) = 0$, IV : $f''(4) = 0$ $\leadsto$ $f(x) = -\frac{7}{80} \cdot x^3 + \frac{21}{20} \cdot x^2 - \frac{147}{80} \cdot x - \frac{143}{40}$

② $q(x) = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 12$

③ $h(x) = \frac{4}{27} \cdot x^4 - \frac{1}{9} \cdot x^3 - \frac{5}{9} \cdot x^2 + \frac{23}{27} \cdot x + \frac{8}{3}$

④ $a = 2, \quad b = -0{,}3, \quad c = 4$

⑤ f' muss mindestens 4 Nullstellen haben, also muss der Grad von f' mindestens 4 sein.
Beim Ableiten sinkt der Grad einer Polynomfunktion um 1, also muss der Grad von f mindestens 5 sein.
Zum Beispiel: $f(x) = -\frac{3}{4} \cdot x^5 + \frac{15}{8} \cdot x^4 + \frac{5}{4} \cdot x^3 - \frac{15}{4} \cdot x^2 + \frac{27}{8}$

⑥ $G(-x) = G(x) \implies G(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$
I : $G(0) = 0$, II : $G(2) = 1$, III : $G'(2) = 0$ $\leadsto$ $G(x) = -\frac{1}{16} \cdot x^4 + \frac{1}{2} \cdot x^2$

⑦ $U(-x) = -U(x) \implies U(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x$
I : $U(-2) = 3$, II : $U'(1) = \tan(30°)$ $\leadsto$ $U(x) = -2{,}077\ldots \cdot x^3 + 6{,}809\ldots \cdot x$