Umgekehrte Kurvenuntersuchung

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

October 9, 2025

Aufgabe 1. Gegeben ist eine kubische Funktion $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Schreibe für jede Zusatzbedingung eine Gleichung mithilfe von Funktion f und ihren Ableitungen sowie dazugehörige lineare Gleichungen.

a) Der Graph von f verläuft durch den Punkt $A(2 \mid -1)$.

b) Die Funktion f hat eine Nullstelle $x = -1$.

c) An der Stelle $x = 3$ hat f einen Extrempunkt.

d) An der Stelle $x = -2$ hat f die Steigung 1.

e) Die Stelle $x = 3$ ist die Wendestelle.

Aufgabe 2. (Zwei Punkte)

Die quadratische Funktion $f(x) = x^2 + bx + c$ geht durch die Punkte A und B, mit

a) $A(-1 \mid -6)$ und $B(2 \mid 12)$ b) $A(1 \mid 5)$ und $B(3 \mid 7)$

Bestimme die unbekannte Koeffizienten b und c.

Aufgabe 3. (Tiefpunkt)

Die quadratische Funktion $f(x) = ax^2 + bx + 5$ hat den Tiefpunkt $A(1 \mid 3)$. Bestimme die unbekannte Koeffizienten a und b.

Aufgabe 4. (Extrempunkt)

Für die kubische Polynomfunktion $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 1$ gilt, dass sie im Punkt $E(1 \mid 4)$ ihr Monotonieverhalten ändert. Berechne die Koeffizienten b und c und überprüfe, ob der Extrempunkt E ein Hochpunkt oder Tiefpunkt ist.

Quelle: Projekt MmF, Aufgabensammlung "Mathematik auf Augenhöhe 11 Schulstufe".

Aufgabe 5. (Punkt + Tiefpunkt)

Die quadratische Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ hat den Tiefpunkt $A(-2 \mid -1)$ und geht durch den Punkt $B(2 \mid 7)$. Bestimme die unbekannte Koeffizienten a, b und c.

Aufgabe 6. (Punkt + Tangente)

Der Polynom 3. Grades $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ hat die Tangente $2x + y + 2 = 0$ an der Stelle $x = -1$. Der Graph der Funktion veläuft durch den Punkt $E(1 \mid 0)$. Bestimme die unbekannte Koeffizienten.

Aufgabe 7. (Sattelpunkt)

Die kubische Polynomfunktion f mit Gleichung $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 25$ hat im Punkt $S(3 \mid 2)$ einen Sattelpunkt. Berechne die Koeffizienten a, b und c.

Quelle: Projekt MmF, Aufgabensammlung "Differentialrechnung".

Aufgabe 8. (Tangente + Wendestelle)

Eine Polynomfunktion 3. Grades $f(x) = ax^3 + bx^2 + d$ hat an der Stelle $x = 2$ die Tangente $y = 4x - 10$ und an der Stelle $x = \frac{5}{6}$ hat die Funktion einen Wendepunkt. Berechne die unbekannte Koeffizienten a, b und d.

Aufgabe 9. (Zwei Tangenten)

Eine Polynomfunktion 3. Grades $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ hat an der Stelle $x = 1$ die Tangente $2x + y = 1$ und an der Stelle $x = 2$ die Tangente $y = 13x - 23$. Berechne die unbekannte Koeffizienten der Funktion f.

Aufgabe 10. (Wendestelle + Tangente)

Eine Polynomfunktion 4. Grades $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ hat an der Stelle $x = 2$ die Tangente $5x + y - 5 = 0$ und an der Stelle $x = 0$ hat die Funktion einen Wendepunkt sowie die Tangente $x + y = 5$. Berechne die unbekannte Koeffizienten der Funktion f.