

Lineare Funktionen

Dmytro Rzhemovskiy, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

February 20, 2024

Aufgabe 1. Gegeben ist eine lineare Funktion und ein Punkt $A(x_1 | y_1)$. Zeichne den Graph der Funktion und ermittle, ob der Graph durch den Punkt A verläuft.

a) $y = 2x + 1$, $A(13 | 28)$

b) $y = -3x + 2$, $A(-13 | 41)$

c) $y = -\frac{x}{2} + 5$, $A(20 | 5)$

d) $y = \frac{x+4}{5}$, $A(-29 | -\frac{33}{5})$

Aufgabe 2. (Unbekannter Koeffizient)

Gegeben ist eine lineare Funktion mit einem unbekanntem Koeffizient und ein Punkt $A(x_1 | y_1)$, der auf dem Graph der linearen Funktion liegt.

Ermittle den unbekanntem Koeffizient.

a) $y = kx + 3$, $A(-2 | 5)$ b) $y = -2x + b$, $A(5 | -3)$ c) $y = \frac{x-2}{a}$, $A(7 | 10)$

Proposition 1. (Interpretation der Koeffizienten einer linearen Funktion)

Für die Koeffizienten k und b der linearen Funktion $y = kx + b$ gilt

- a) k ist der Tangens des Winkels zwischen der Geraden $y = kx + b$ und der positiven Richtung von x -Koordinatenachse.
- b) b ist die y -Koordinate des Schnittpunktes der Geraden $y = kx + b$ mit der y -Koordinatenachse.

Bemerkung 1. Aus der Proposition 1 folgt, dass die Gerade $y = kx + b$ genau dann steigend/fallend, wenn der Koeffizient k positiv/negativ ist.

Bemerkung 2. Gegeben sind zwei Punkte $A(x_1 | y_1)$ und $B(x_2 | y_2)$, die auf der Geraden $y = kx + b$ liegen. Dann kann der Koeffizient k wie folgt berechnet werden.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Aufgabe 3. (Steigung und y -Achsenabschnitt)

Gegeben sind die Graphen der linearen Funktionen $y = kx + b$ (siehe Seite 2). Ermittle ungefähr die Werte der Koeffizienten k und b für jeden Funktionsgraph.

Überlege, wie man mithilfe des Koeffizienten k bestimmen kann, ob die Gerade $y = kx + b$ schnell/langsam steigt/fällt.

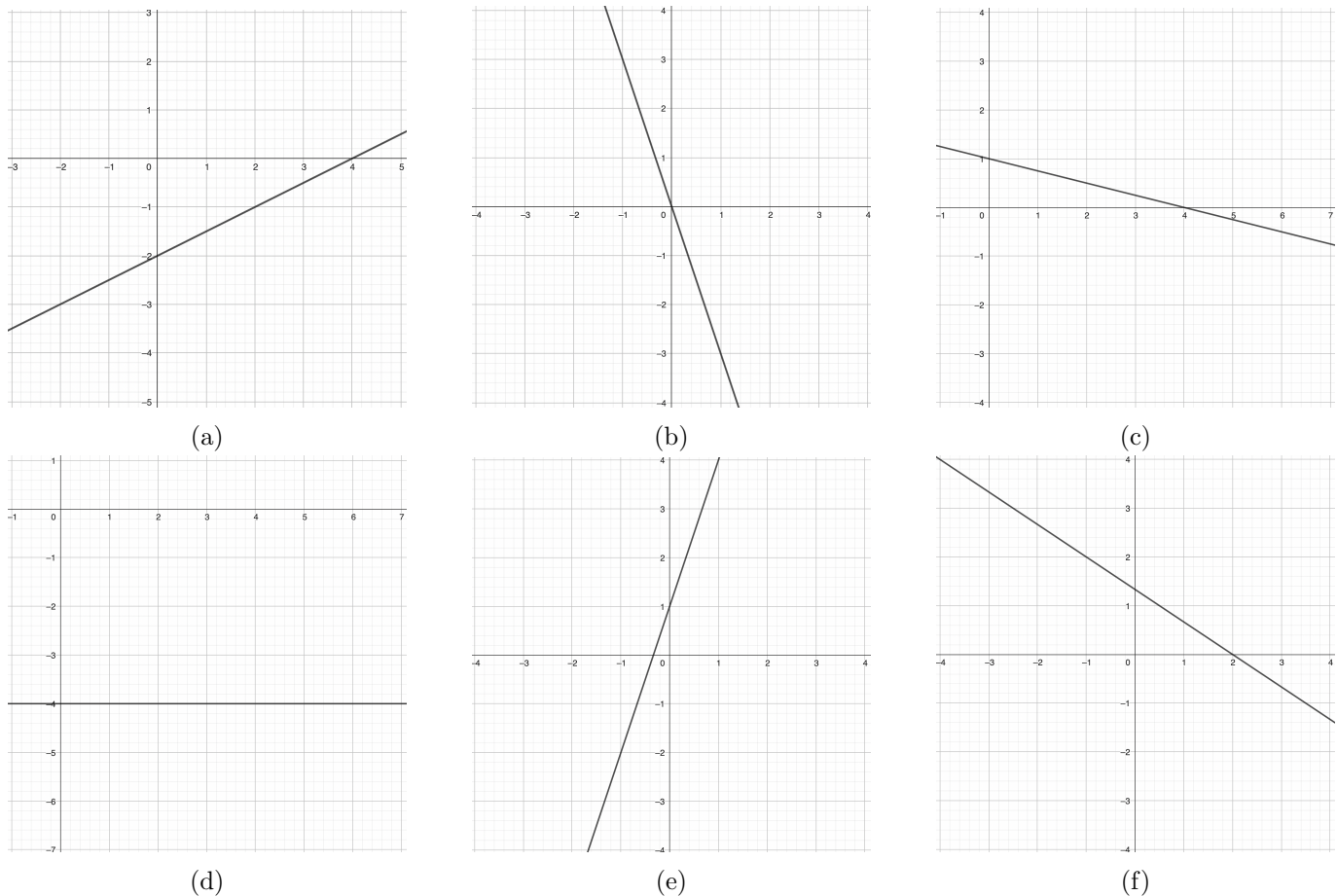


Figure 1: Abbildungen zur Aufgabe 3

Aufgabe 4. (Koeffizienten der linearen Funktionen)

Gegeben sind die Graphen von drei linearen Funktionen (siehe Seite 3).

Ordne die Koeffizienten k_1, k_2 und k_3 sowie die Koeffizienten b_1, b_2 und b_3 .

Aufgabe 5. (Zwei Punkte und Gerade)

Gegeben sind zwei Punkte $A(x_1 | y_1)$ und $B(x_2 | y_2)$. Finde eine lineare Funktion $y = kx + b$, deren Graph durch die Punkte A und B verläuft.

a) $A(1 | 3)$ und $B(-4 | 3)$

b) $A(2 | 4)$ und $B(-3 | -6)$

c) $A(-4 | -10)$ und $B(3 | 4)$

d) $A(5 | -3)$ und $B(-3 | 1)$

Aufgabe 6. (Schnittpunkte mit Koordinatenachsen)

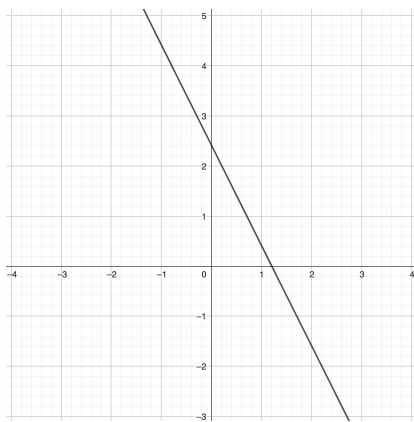
Ermittle die Schnittpunkte des Graphen der linearen Funktion mit den Koordinatenachsen und den Flächeninhalt des Dreiecks, das die dazugehörige Gerade mit den Koordinatenachsen bildet.

a) $y = 2x + 3$

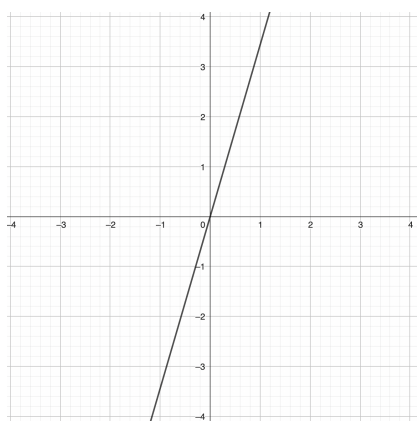
b) $y = \frac{1}{2}x + 4$

c) $y = -4x + 2$

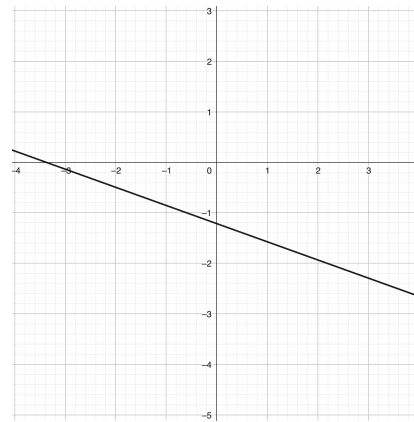
d) $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$



(a) $y = k_1x + b_1$



(b) $y = k_2x + b_2$



(c) $y = k_3x + b_3$

Figure 2: Abbildungen zur Aufgabe 4

Aufgabe 7. (Schnittpunkt zweier Geraden)

Gegeben sind zwei lineare Funktionen. Skizziere die Graphen beider Funktionen und ermittle ihren Schnittpunkt.

- a) $y = -1$ und $y = 2x + 1$ b) $y = 3x - 2$ und $y = -x + 1$ c) $y = 4x - 5$ und $y = -0.5x + 4$

Aufgabe 8. (Dreieck)

- a) Gegeben ist die Funktion $y = 0.5x + b$. Finde den Wert des unbekanntem Parameters b , sodass der Flächeninhalt des Dreiecks, das die Gerade und die Koordinatenachsen bilden, gleich 6 ist.
- b) Gegeben sind die Funktion $y = 2x - 3$ und die Funktion $y = -0.5x + b$. Finde den Wert des unbekanntem Parameters b , sodass der Flächeninhalt des Dreiecks, das die Geraden und die x-Achse bilden, gleich 2 ist.

STÜCKWEISE LINEARE FUNKTIONEN

Aufgabe 9. (Funktionsgraph)

Zeichne den Graph der stückweise linearen Funktion.

a) $f(x) = \begin{cases} 1, & x < -2 \\ x + 3, & x \geq -2 \end{cases}$

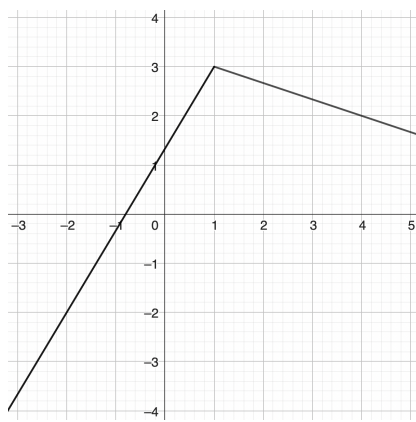
b) $f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x < 0 \\ 2x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} -3, & x \leq 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$

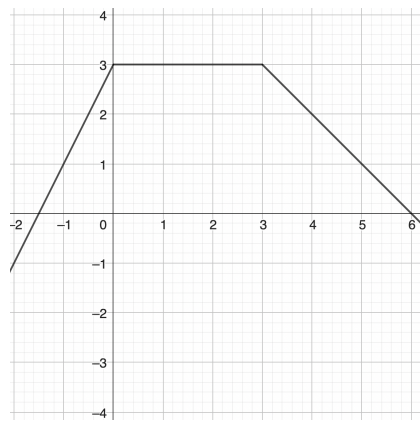
d) $f(x) = \begin{cases} 2, & x \leq 1 \\ -2x + 4, & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$

Aufgabe 10. (Funktionsterme)

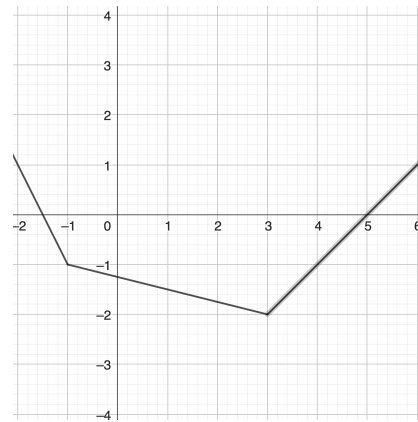
Gegeben ist der Graph (siehe Seite 4) einer stückweise linearen Funktion. Ermittle die Terme der Funktion.



(a)



(b)



(c)

Figure 3: Abbildungen zur Aufgabe 10

Aufgabe 11. (Stetigkeit)

Ermittle die unbekannt Koeffizienten der stückweise linearen Funktion, sodass sie stetig ist.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} a, & x < -3 \\ -2x + 5, & x \geq -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } f(x) = \begin{cases} ax - 2, & x < 4 \\ -3x + 7, & x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x + a, & x \leq -2 \\ 3x - 1, & x > -2 \end{cases}$$

$$\text{d) } f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq -1 \\ a, & -1 < x \leq 4 \\ bx + 7, & x > 4 \end{cases}$$