

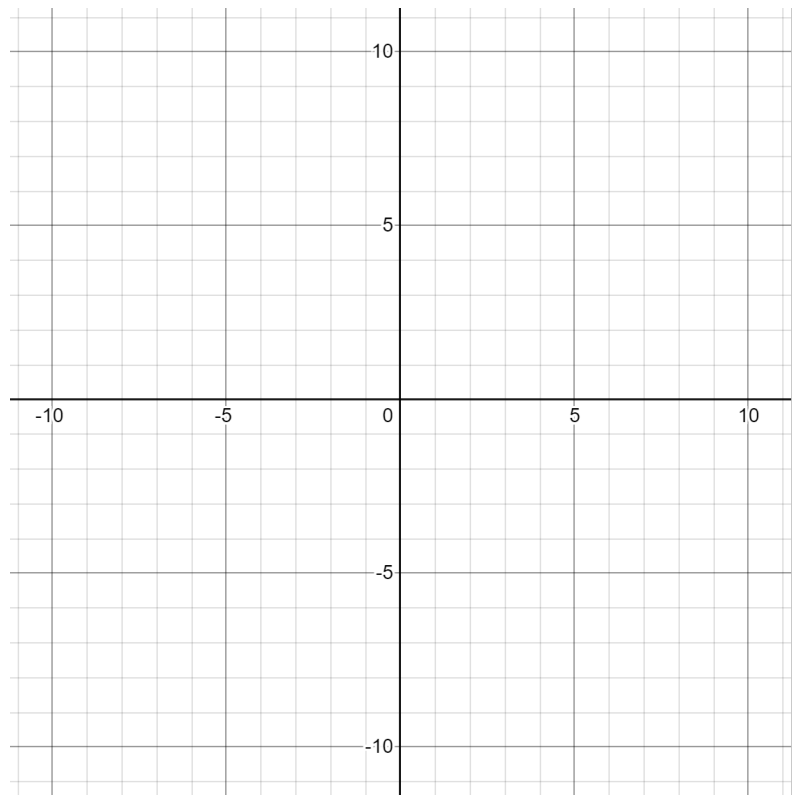
Parameterdarstellung von Geraden (Teil 1)

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

February 20, 2024

Aufgabe 1. Zeichne die folgenden Geraden im kartesischen Koordinatensystem in \mathbb{R}^2 . Finde für jede Gerade eine Darstellung der Form $y = kx + b$ oder $x = c$.

- a) $a : \vec{X} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- b) $a : \vec{X} = t \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- c) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- d) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- e) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- f) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- g) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- h) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- i) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- j) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$



Aufgabe 2. Untersuche, ob der Punkt A auf der Geraden a liegt.

- a) $A(-10 \mid 5), a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- b) $A(15 \mid 30), a : \vec{X} = t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- c) $A(11 \mid -32), a : \vec{X} = t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- d) $A(-7 \mid -11), a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$
- e) $A(15 \mid 1 \mid 25), a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 11 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$

f) $A(9 \mid 5 \mid 6)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

g) $A(-5 \mid 2 \mid 1)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 22 \\ -13 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

h) $A(17 \mid -22 \mid -39)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -7 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 10 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

Aufgabe 3. Der Punkt A liegt auf der Geraden a . Bestimme die unbekanntenen Koordinaten von A .

a) $A(x_A \mid 7)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$ b) $A(-6 \mid y_A)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

c) $A(x_A \mid 10 \mid z_A)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

d) $A(x_A \mid y_A \mid 11)$, $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

Aufgabe 4. Ermittle die Schnittpunkte der Geraden in \mathbb{R}^2 mit den Koordinatenachsen beziehungsweise die Schnittpunkte der Geraden in \mathbb{R}^3 mit der xy -, yz - und xz -Ebene.

a) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

b) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

c) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

d) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ -7 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

Aufgabe 5. Finde für jede der unten abgebildeten Geraden zwei unterschiedliche Parameterdarstellungen.

Aufgabe 6. Bestimme jeweils die Parameterdarstellung der Geraden a mit folgenden Bedingungen.

a) a verläuft durch die Punkte $A(-2 \mid 3)$ und $B(1 \mid 1)$.

b) a verläuft durch die Punkte $A(-7 \mid 4)$ und $B(5 \mid -2)$.

c) a verläuft durch die Punkte $A(2 \mid -1 \mid 0)$ und $B(4 \mid 5 \mid -2)$

d) a verläuft durch den Punkt $A(-2 \mid -3)$ parallel zur Geraden $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

e) a verläuft durch den Punkt $A(-10 \mid 7)$ parallel zur Geraden $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$

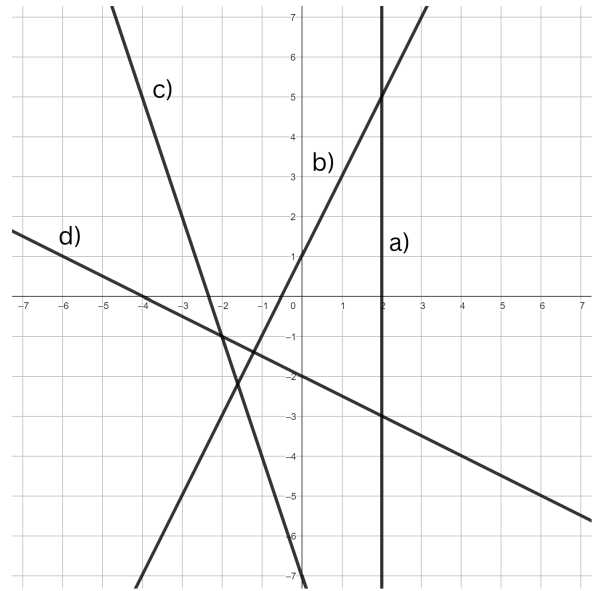
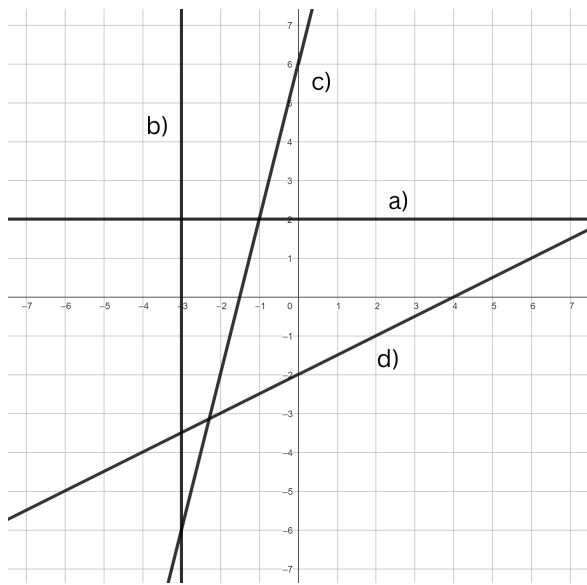


Figure 1: Abbildungen zu Aufgabe 5

f) a verläuft durch den Punkt $A(-6 \mid -1 \mid 2)$ parallel zur Geraden $g : \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$

Aufgabe 7. Ermittle jeweils die Parameterdarstellung der Geraden.

a) $y = 4$

b) $x = -3$

c) $y = -x + 3$

d) $y = 2x$

e) $y = 3x - 2$

f) $y = -\frac{1}{4}x + 3$

Aufgabe 8. (Winkel zwischen zwei Geraden)

Gegeben sind zwei Geraden. Zeige, dass diese Geraden nicht parallel und nicht identisch sind, und ermittle den Winkel, den sie einschließen.

a) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ und $b : \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$

b) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ und $b : \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$

c) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 8 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ und $b : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$

d) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -7 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$ und $b : \vec{X} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 8 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}, s \in \mathbb{R}$

Aufgabe 9. Gegeben ist eine Gerade a . Bestimme die Parameterdarstellung einer Geraden g , die orthogonal zu a steht und die die angegebene Zusatzbedingung erfüllt.

a) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R},$ g verläuft durch den Punkt $A(1 \mid 3)$

b) $a : \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ -7 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R},$ g verläuft durch den Punkt $A(11 \mid -3)$