

Diskrete Zufallsvariablen. Verteilungen

Dmytro Rzhemovskyi, Mariia Mykhalova
Projekt MmF

February 26, 2024

Definition 1. Eine **diskrete Zufallsvariable** X ist eine Zufallsvariable mit einer endlichen Anzahl möglicher Werte, d.h. $X \in \{x_1, \dots, x_n\}$.

Definition 2. Eine **Verteilung** der diskreten Zufallsvariable X mit n möglichen Werten $\{x_1, \dots, x_n\}$ ist ein Satz von n Zahlen p_1, \dots, p_n , die die Wahrscheinlichkeit jedes Werts beschreiben, d. h.

$$p_i = \mathbb{P}(X = x_i), \quad i = 1, \dots, n$$

Es gilt dabei

1. $p_i \in [0, 1]$ für alle $i = 1, \dots, n$.
2. $p_1 + \dots + p_n = 1$.

Aufgabe 1. Gegeben ist eine diskrete Zufallsvariable X .

i)

X	-1	0	1	2
p	0.2	0.2	0.3	0.3

Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten.

- a) $\mathbb{P}(X = 0)$ b) $\mathbb{P}(X \leq 0)$ c) $\mathbb{P}(X = 0 \text{ oder } X = 2)$
d) $\mathbb{P}(X = 1 \mid X \geq 0)$ e) $\mathbb{P}(X = -1 \mid |X| = 1)$

ii)

X	-2	-1	0	1	2	3	4
p	0.05	0.05	0.1	0.2	0.2	0.3	0.1

Berechne folgende Wahrscheinlichkeiten.

- a) $\mathbb{P}(X > 0)$ b) $\mathbb{P}(X \text{ ist eine gerade Zahl})$ c) $\mathbb{P}(X^2 = 4)$
d) $\mathbb{P}(2^X < 3)$ e) $\mathbb{P}(X = -2 \mid X < 0)$ f) $\mathbb{P}(|X| = 1 \mid |X| \leq 2)$

Aufgabe 2. (Umfrage)

70 Personen haben einen Film bewertet. Dabei wurden Noten von 1 (sehr gut) bis 5 (sehr schlecht) vergeben. Es stehen folgende Daten über die Bewertung zur Verfügung.

Note	1	2	3	4	5
Anzahl	27	19	13	7	4

Man wählt zufällig eine Person aus, die an der Umfrage teilgenommen hat. Die Zufallsvariable ist die Note, die die Person vergeben hat.

Ermittle die Verteilung der Zufallsvariablen.

Aufgabe 7. (Würfel)

Man wirft einen Würfel einmal.

- a) Die Zufallsvariable X ist gleich den Augenzahl.
- b) Die Zufallsvariable X ist gleich der Anzahl von Teilern der Zahl auf dem Würfel.

Ermittle die Wertemenge und die Verteilung von X . Berechne $\mathbb{E}(X)$ und $\text{Var}(X)$.

Aufgabe 8. (Kugeln)

- a) (mit Zurücklegen)

In einer Urne befinden sich 2 weiße und 5 schwarze Kugeln. Es wird eine Kugel zweimal mit Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Ermittle die Verteilung von X , berechne $\mathbb{E}(X)$ und $\text{Var}(X)$.

- b) (ohne Zurücklegen)

In einer Urne befinden sich 2 weiße und 5 schwarze Kugeln. Es werden zwei Kugeln gleichzeitig gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Ermittle die Verteilung von X , berechne $\mathbb{E}(X)$ und $\text{Var}(X)$.

Aufgabe 9. (Schießen)

Man schießt zweimal hintereinander. Beim ersten Schuss trifft man das Ziel mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.8 und beim zweiten Schuss mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.3.

Die Zufallsvariable X ist gleich der Anzahl der Treffer auf das Ziel.

Ermittle die Verteilung von X . Berechne $\mathbb{E}(X)$ und $\text{Var}(X)$.