

## Закономірності в послідовностях чисел

1. Продовжити послідовність
  - a. 1, 4, 9, 16, ...
  - b. 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...
  - c. 6, 3, 8, 5, 10, 7, 12, ...
  - d. 3, 7, 15, 31, ...

**Джерело:** [2] Singapore Math Challenge, Grade 5+, Chapter 3, #8

2. Знайти суму
  - a.  $1 + 2 + \dots + 99$
  - b.  $1 + 3 + 5 + \dots + 99$
  - c.  $2 + 5 + 8 + \dots + 32$

**Джерело:** Projekt MmF

3. В послідовності 3, 3, 1, 9, 4, 3, 3, 1, 9, 4, 3, 3, 1, 9, 4, ...
  - a. визначити 33й елемент
  - b. знайти суму перших 43х елементів

**Джерело:** [3] Singapore Math Challenge, Grade 4+, Chapter 2, #17

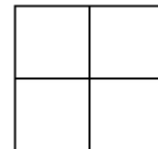
4. Зиг'заг, складений з семи квадратів зі стороною 1 см, має периметр 16 см (див. мал.). Чому дорівнює периметр зиг'зага, складеного з 2013 таких самих квадратів?



**Джерело:** [1], 2013, юніор, №12

5. Порахуйте зі скількох відрізків в 1 см складена квадратна табличка зі стороною:
  - a. 2 см;
  - b. 5 см;
  - c. 20 см.

(кожна клітинка таблички квадратна, дожиною 1 см)



**Джерело:** Projekt MmF

6. Остап записує на дошці послідовність чисел за таким правилом: перші дві цифри — це 2 і 3; кожна наступна цифра є останньою цифрою добутку двох попередніх. Якою буде 2017 цифра цієї послідовності?

**Джерело:** [1] Кенгуру 2017, "Кадет", (25)

## Закономірності в парності, остачі

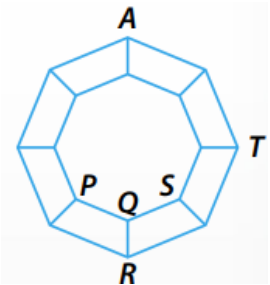
7. Числа від 1 до 99 писали підряд без пропусків у порядку зростання. Записану послідовність розділили на три (див. малюнок).

123456789101112...979899 → (123)(456)(789)...(979)(899)

Що з трьох наведених у відповідях не вдалося отримати?  
(222); **b)** (444); **c)** (464); **d)** (646); **e)** (888).

**Джерело:** [1] Кенгуру 18/19 "Юніор" (23)

8. Конструкція складається з 16 вершин, деякі з яких з'єднані ребрами (див. мал.). Мураха є у вершині, позначеній літерою А. За один крок мураха може переміститися з однієї вершини в іншу вздовж ребра, що з'єднує ці вершини. У якій з вершин Р, Q, R, S, Т мураха може опинитися після 2019 кроків?



**Джерело:** [1] 18/19, "Юніор", № 25

9. У 100-значному номері 12345678901234...7890 усі цифри, що стоять на непарних місцях, закреслені; в отриманому 50-значному числі знову закреслювалися всі цифри, що стоять на непарних місцях, і т. д. Закреслювання тривало до тих пір, поки залишалось що закреслювати. Яке число було закреслено останнім?
10. 2021 іграшкові кольорові кенгуру розташовані в ряд і пронумеровані від 1 до 2021. Кожен кенгуру забарвлений у червоний, сірий або синій кольори. Серед будь-яких трьох послідовних кенгуру завжди є кенгуру всіх трьох кольорів. Борис вгадує кольори п'яти кенгуру. Ось такі його припущення: кенгуру 2 – сірий; кенгуру 20 – синій; кенгуру 202 – червоний; кенгуру 1002 – синій; кенгуру 2021 – сірий. Неправильним є лише одне з його припущень. Який номер кенгуру, колір якого Борис вгадав неправильно?

**Джерело:** [1] 20/21, "Кадет", №26

11. 2021 кульку поставили в ряд і пронумерували числами від 1 до 2021. Кожна кулька має один із чотирьох кольорів: зелений, червоний, жовтий або синій. Серед будь-яких п'яти послідовних куль є рівно по одній червоного, жовтого та синього кольорів. Після кожного жовтого поруч знаходиться червона куля. Кульки з номерами 2, 20, 202 зеленого кольору. Якого кольору кулька з числом 2021?

**Джерело:** [1] Кенгуру 20/21 "Юніор" (30)

## Інваріант в конструкціях

12. У Юлі є смужка паперу з цифрами 1, 2, 3, 4 і 5, записаними в п'ять клітинок, як показано на малюнку. Вона згортає смужку так, щоб клітинки накладалися, утворюючи 5 шарів. Яку з перелічених нижче конфігурацій від верхнього до нижнього шару неможливо отримати?



**A:** 3,5,4,2,1   **B:** 3,4,5,1,2   **C:** 3,2,1,4,5   **D:** 3,1,2,4,5   **E:** 3,4,2,1,5

**Джерело:** [1] 19/20, “Кадет”, №20

13. Дванадцять кольорових кубиків розташовані в ряд. Є 3 сині кубики, 2 жовті, 3 червоні та 4 зелені кубики, але не в такому порядку. На одному кінці є жовтий кубик, а на іншому – червоний кубик. Червоні кубики стоять підряд. Зелені кубики теж стоять підряд. Десятий кубик зліва – синій. Якого кольору шостий кубик зліва?

**Джерело:** [1] 19/20, “Кадет”, №22

14. У Іллі є таблиця, заповнена числами від 1 до 9 так, як у таблиці зліва. За один хід Ілля може поміняти місцями будь-які два рядки або будь-які два стовпці. Чи може він за кілька ходів одержати таблицю праворуч?

1	2	3
4	5	6
7	8	9

1	4	7
2	5	8
3	6	9

**Джерело:** [4] #66628

## Інваріантна сума

15. Шоколад має розмір  $4 \times 10$  плиток. За один хід дозволяється розламати один із вже наявних шматочків на два вздовж прямолінійного розлому. За яке найменше число ходів можна розбити всю шоколадку на шматочки розміром одну плитку?

**Джерело:** [4] #35544

16. На дошці написані числа 1, 2, 3, ..., 19, 20. Дозволяється стерти будь-які два числа  $a$  та  $b$  і замість них написати число  $a + b - 1$ . Яке число може залишитись на дошці після 19 таких операцій?

**Джерело:** [4] #30752

17. Набір чисел  $a, b, c$  кожну секунду замінюється на  $a + b - c, b + c - a, c + a - b$ . На початку є набір чисел 2020, 2022, 2023. Чи може через деякий час вийти набір 2021, 2022, 2023.

**Джерело:** [4] #88307

## Список використаних джерел

*Даний список задач було складено командою Projekt MmF.  
Всі використані джерела вказано нижче.*

[1] Архів задач українського Кенгуру 2013 - 2022 років: <http://kangaroo.com.ua>

[2] Singapore Math Challenge, Grade 5+

[3] Singapore Math Challenge, Grade 4+

[4] Архів задач з математичних олімпіад: <https://problems.ru/>