

## РАЦІОНАЛЬНІ СТЕПЕНІ

236.° Подайте числа 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{32}$ ,  $\frac{1}{64}$  у вигляді степеня з основою: 1) 2; 2)  $\frac{1}{2}$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 8 клас, №236

240.° Обчисліть:

- 1)  $5^{-2}$ ;      3)  $(-9)^{-2}$ ;      5)  $1^{-24}$ ;      7)  $(-1)^{-17}$ ;  
2)  $2^{-4}$ ;      4)  $0,2^{-3}$ ;      6)  $(-1)^{-16}$ ;      8)  $\left(\frac{7}{8}\right)^0$ ;

Джерело: Мерзляк, Алгебра 8 клас, №240

12.1.° Знайдіть значення виразу:

- 1)  $4^{\frac{1}{2}}$ ;      2)  $0,216^{\frac{1}{3}}$ ;      3)  $27^{\frac{4}{3}}$ ;      4)  $32^{-0,2}$ .

12.2.° Чому дорівнює значення виразу:

- 1)  $8^{\frac{1}{3}}$ ;      2)  $10\,000^{\frac{1}{4}}$ ;      3)  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ ;      4)  $0,125^{-\frac{2}{3}}$ ?

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №12.1, 12.2

Подати у вигляді раціональної степені вираз (змінні мають додатне значення):

- 2)  $\sqrt[5]{b^6 \sqrt{b}}$ ;      3)  $\sqrt[8]{x^3 \sqrt[3]{x^7}}$ ;      4)  $\sqrt[3]{2 \sqrt{2} \sqrt[2]{2}}$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 10 клас, № 11.8

## ОПЕРАЦІЇ З ДІЙСНИМИ СТЕПЕНЯМИ

Якщо  $2^\alpha = 3$ , то  $4^{\alpha+1} =$

Джерело: ЗНО 2018, додаткова, №14

12.5.° Знайдіть значення виразу:

- 1)  $\left(\frac{1}{49}\right)^{-1,5}$ ;      2)  $8^{\frac{1}{2}} : 2^{\frac{1}{2}}$ ;      3)  $36^{0,4} \cdot 6^{1,2}$ ;      4)  $\left(4^{-\frac{1}{8}}\right)^{1,6} \cdot 16^{0,6}$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 10 клас, №12.5

1.1.° Обчисліть значення виразу:

1)  $3^{(\sqrt{2}+1)^2} : 3^{2\sqrt{2}}$ ;      3)  $\sqrt[3]{6^{(\sqrt{5}+1)^2} \cdot 36^{-\sqrt{5}}}$ ;

2)  $\left(\left(3\sqrt[3]{7}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$ ;      4)  $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{-\sqrt{8}}$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №1.1

12.9.° Розкрийте дужки:

1)  $(a^{0,5} - 3b^{0,3})(2a^{0,5} + b^{0,3})$ ;      4)  $\left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{2}}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{5}{6}} + a\right)$ ;  
2)  $\left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2$ ;      5)  $\left(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}\right)\left(a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)$ ;  
3)  $(b^{0,4} + 3)^2 - 6b^{0,4}$ ;      6)  $\left(x^{\frac{2}{9}} - 1\right)\left(x^{\frac{4}{9}} + x^{\frac{2}{9}} + 1\right)\left(x^{\frac{2}{3}} + 1\right)$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 10 клас, №12.9

## ПОКАЗНИКОВА ФУНКЦІЯ

Намалювати графіки функцій. Визначити область значень, зростаючою чи спадаючою є функція:

- $f(x) = 2^x$
- $f(x) = 3^x - 2$
- $f(x) = 0.5^{x+4} - 1$
- $f(x) = 2^{-x-1}$

Джерело: Projekt Mmf

1.22.\* Побудуйте графік функції:

1)  $y = 2^x - 1$ ;      3)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$ ;      5)  $y = -2^x$ ;  
2)  $y = 2^{x-1}$ ;      4)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+2}$ ;      6)  $y = 5 - 2^x$ .

- Визначити точки перетину з осями координат
- Визначити тип монотонності і область значень

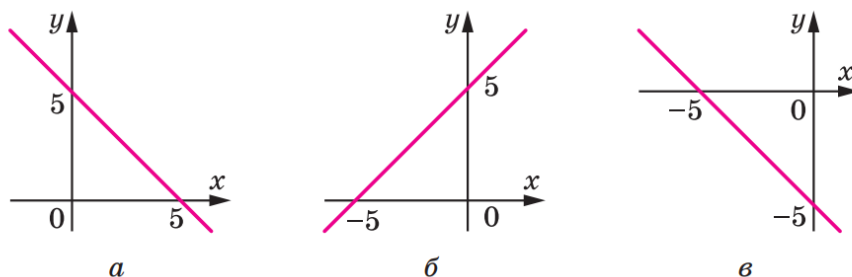
Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №1.22

1.26.\* Установіть графічно кількість коренів рівняння:

- 1)  $2^x = x$ ;      2)  $2^x = x^2$ ;      3)  $2^x = \sin x$ ;      4)  $2^{-x} = 2 - x^2$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №1.26

1.24.\* Графік якої з функцій, зображених на рисунку 1.5, перетинає графік функції  $y = 5^x$  більше ніж в одній точці?



Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №1.24

## ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ

Розв'яжіть рівняння  $4^x = 8$ .

Джерело: ЗНО 2015, основна, №7

Розв'яжіть рівняння  $2^{2x} = \frac{1}{2^3}$ .

Джерело: ЗНО 2017, основна, №3

Укажіть проміжок, якому належить корінь рівняння

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 9.$$

Джерело: НМТ 2022, демо, №31

2.1.° Розв'яжіть рівняння:

- 1)  $4^x = 64$ ;      3)  $0,6^{2x-3} = 1$ ;      5)  $2^{5-x} = 2^{3x-7}$ ;  
2)  $3^x = \frac{1}{81}$ ;      4)  $10^{-x} = 0,001$ ;      6)  $8^x = 16$ ;

$$7) 0,16^x = \frac{5}{2};$$

$$8) \sqrt{5^x} = 25;$$

$$9) 0,25^{x^2-4} = 2^{x^2+1};$$

$$10) \left(\frac{4}{9}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3};$$

$$11) 2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5;$$

$$12) \left(\frac{4}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{4}\right)^{7x-3};$$

$$13) 36^x = \left(\frac{1}{216}\right)^{2-x};$$

$$14) 5^{x^2-2x} = 6^{x^2-2x};$$

$$15) 3^{x-1} = 6^x \cdot 2^{-x} \cdot 3^{x+1}$$

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №2.1

**2.3.° Розв'яжіть рівняння:**

$$1) 3^{x+2} + 3^x = 30;$$

$$2) 4^{x+1} + 4^{x-2} = 260;$$

$$3) 2^{x+4} - 2^x = 120;$$

$$4) 7^{x+1} + 4 \cdot 7^x = 77;$$

$$5) 5^x + 7 \cdot 5^{x-2} = 160;$$

$$6) 6^{x+1} - 4 \cdot 6^{x-1} = 192.$$

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №2.3

**2.11.\* Розв'яжіть рівняння:**

$$1) 2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0;$$

$$2) 4^{x+1} + 4^{1-x} = 10;$$

$$4) 9^x - 6 \cdot 3^{x-1} = 3;$$

$$5) 3^{x+1} + 3^{2-x} = 28;$$

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №2.11

**2.24.\*\* При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $9^x - (a+1) \cdot 3^x + 3a - 6 = 0$  має єдиний корінь?**

**2.25.\*\* При яких значеннях параметра  $a$  рівняння  $25^x + 5^{x+1} - a^2 + a + 6 = 0$  не має коренів?**

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №2.24, 2.25

## ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ

**3.2.° Розв'яжіть нерівність:**

$$1) \left(\frac{1}{2}\right)^x > \frac{1}{4};$$

$$2) 5^x < \frac{1}{5};$$

$$3) 11^{x-5} < 11^{3x+1};$$

$$4) 0,4^{6x+1} \geq 0,4^{2x+5};$$

$$5) 2^{x^2-1} < 8;$$

$$6) 27^{2x+1} > \left(\frac{1}{9}\right)^{x+2};$$

$$7) 0,3^{4x-8} > 1;$$

$$8) 0,1^{3x-1} < 1000;$$

$$9) \left(\frac{1}{36}\right)^{2-x} < 216^{x+1}.$$

**Джерело:** Мерзляк, Алгебра 11 клас, №3.2

Розв'яжіть нерівність  $6^x < \frac{1}{36}$ .

Джерело: ЗНО 2015, додаткова, №5

Розв'яжіть нерівність  $\left(\frac{3}{7}\right)^{x-5} > \frac{3}{7}$ .

Джерело: ЗНО 2016, додаткова, №15

Розв'яжіть нерівність  $2^{4x-5} \geq 2$ .

Джерело: ЗНО 2019, додаткова, №6

Розв'яжіть нерівність  $10^{x+1} > 0,01$ .

Джерело: НМТ 2022, основна сесія, №33

3.4.° Скільки цілих розв'язків має нерівність:

1)  $0,2 \leq 5^{x+4} \leq 125$ ;    2)  $\frac{1}{36} \leq 6^{3-x} < 6$ ;    3)  $2 < 0,5^{x-1} \leq 32$ ?

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №3.4

Розв'яжіть нерівність  $2^x + 2^{x+3} \geq 144$ .

Джерело: ЗНО 2018, основна, №18

3.10.\* Розв'яжіть нерівність:

1)  $7^{x+2} - 14 \cdot 7^x > 5$ ;    4)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} + \left(\frac{1}{5}\right)^{x+1} \geq 26$ ;  
2)  $9 \cdot 3^{x-1} + 3^x < 36$ ;    5)  $2 \cdot 6^x + 3 \cdot 6^{x+3} \leq 650$ ;  
3)  $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} > 56$ ;    6)  $\left(\frac{3}{4}\right)^x - \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1} > \frac{3}{16}$ .

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №3.10

3.12.\* Розв'яжіть нерівність:

1)  $3^{2x} - 4 \cdot 3^x - 45 > 0$ ;    4)  $0,25^x - 12 \cdot 0,5^x + 32 \geq 0$ ;  
2)  $4^x + 2^{x+3} - 20 < 0$ ;    5)  $6^{2x-1} - \frac{1}{3} \cdot 6^x - 4 \leq 0$ ;  
3)  $49^x - 8 \cdot 7^x + 7 \leq 0$ ;    6)  $25^x + 5^x - 30 \geq 0$ .

Вказівка: зробити заміну

Джерело: Мерзляк, Алгебра 11 клас, №3.12