

50. Österreichische Mathematik-Olympiade

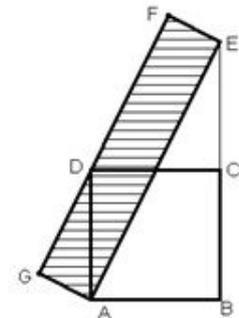
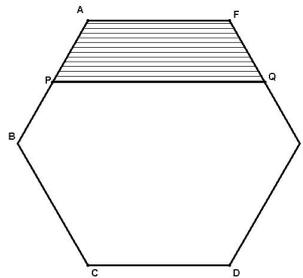
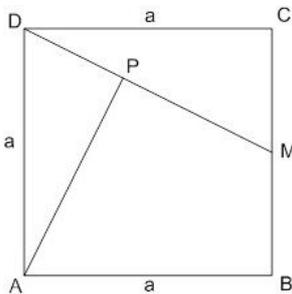
Vorbereitungskurs „Mathematik macht Freu(n)de“

9. November 2018

- Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$ und M sei der Mittelpunkt der Seite BC . Der Fußpunkt des Lotes von A auf DM sei P (vgl. Fig.).

Beweise:

$$a) \overline{AP} = 2\overline{DP}, \quad b) \overline{DP} : \overline{PM} = 2 : 3, \quad c) \overline{AB} = \overline{BP}$$



- Es sei $ABCDEF$ ein regelmäßiges Sechseck. Die Punkte P und Q seien die Mittelpunkte der Seiten AB bzw. EF . Wie groß ist der Flächeninhalt des Trapezes $APQF$, wenn der Flächeninhalt des Sechsecks 48cm^2 ist (vgl. Fig.). (WMDW 2014)
- Das Quadrat $ABCD$ hat die Seitenlänge $s = 6\text{cm}$. Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks $AEFG$, wenn E auf der Seite BC liegt und $\overline{EC} = \overline{BC}$ (vgl. Fig.)?
- In einem konvexen Viereck $ABCD$ gibt es einen Punkt P mit folgenden Eigenschaften: P ist der Inkreismittelpunkt von ABC und der Umkreismittelpunkt von CDA .
Beweise, dass der Winkel $\angle ADC$ stumpf ist.
- Gegeben sei ein Dreieck ABC mit $\angle ACB = \gamma = 76^\circ$. Die Punkte $E, (E \neq B), F, (F \neq A)$ und G liegen auf den Seiten a, b und c des Dreiecks und es gilt $\overline{AG} = \overline{FG}$ und $\overline{BG} = \overline{EG}$. Ermittle den Winkel $\epsilon = \angle EGF$ (Wiener Mathematik und Denksportwettbewerb (WMDW) 2001)
- Gegeben sei ein Trapez $ABCD$. Auf der Seite AD liegt der Punkt E . Es gilt $\angle ABE = 18^\circ$ und $\angle BEC = 30^\circ$.
Bestimme den Winkel $\angle ECD$.
- Es sei ABC ein spitzwinklige Dreieck, in dem sich die Winkelsymmetrale des Winkels $\angle BAC$, die Höhe durch B und die Symmetrale der Seite AB in einem Punkt schneiden. Man bestimme die Größe des Winkels $\alpha = \angle BAC$.
(LWA 2008 - Walther Janous)