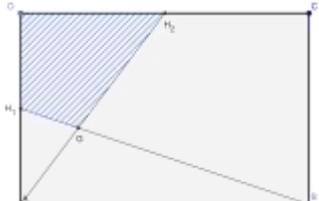


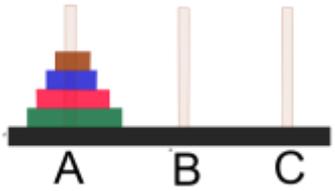
50. Österreichische Mathematik-Olympiade

12. Oktober 2018

Vorbereitungskurs (A) „Mathematik macht Freu(n)de“

A_2018_10_12

1.) Bestimme $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2018 \cdot 2019}$	
2.) Beweise, dass $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$	
3.) $N_{100} = \{1; 2; 3; \dots; 99; 100\}$ a) Wie viele Zahlen aus N_{100} sind durch 6 und durch 9 teilbar? b) Wie viele Zahlen aus N_{100} sind durch 2 und durch 3 und durch 5 teilbar? c) Wie viele Zahlen aus N_{100} sind durch 6 oder durch 9 teilbar?	
4.) Löse in den reellen Zahlen a) $\sqrt{x+5} - \sqrt{x} = 1$ b) $x - 4 = \sqrt{3x - 8}$ c) $\sqrt{x^2 - [x]^2} = 3 - x$	Herman ; Kucera: Equations&Inequalities S64(i) Olympiade-Skriptum: Gleichungen 53
5.) Löse das Gleichungssystem in den Primzahlen: $p + 18 = q + 14 = r + 35$	
6.) Lassen sich, ohne mit dem Bleistift abzusetzen, vier Strecken so zeichnen, dass alle 9 Punkte darauf liegen?	
7.) Wie viele Paare (a, b) positiver ganzer Zahlen erfüllen die Bedingung $a^4 - b^4 = 65$?	
8.) Im Rechteck ABCD ist $a = AB = 45\text{mm}$; $b = BC = 30\text{mm}$. H_1 und H_2 sind die Halbierungspunkte der Seiten AD bzw. CD. Wie groß ist der Inhalt des Vierecks DH_1GH_2D ? G ist der Schnittpunkt von BH_1 mit AH_2 .	
9.) Zeige, dass die Gleichung $x^2 - 3y^2 = 17$ keine Lösung in den ganzen Zahlen besitzt.	

<p>10.) Die Türme von Hanoi</p> <p>Ein Turm –bestehend aus n Scheiben- soll mit möglichst wenigen Zügen von der Position A nach B bewegt werden. Ein Zug besteht aus der Verlagerung einer Scheibe.</p> <p><i>Dabei ist die Regel zu beachten, dass nie eine Scheibe auf einer kleineren liegen darf.</i></p> <p>Wie viele Züge sind nötig?</p>	
<p>11.) $15x^2 - 7y^2 = 9$ hat keine Lösung in den ganzen Zahlen</p>	<p>A.Engel: Problem Solving Strategies S122</p>
<p>12.) Für welche natürliche Zahl n ist $n^5 - n$ durch 120 teilbar?</p>	<p>Matherhorn</p>