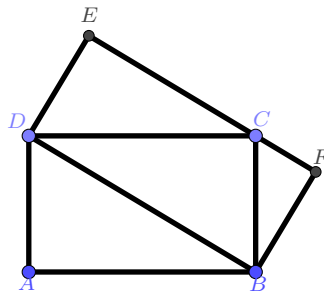


50. Österreichische Mathematik-Olympiade

Vorbereitungskurs (A) „Mathematik macht Freu(n)de“

14. September 2018

1. Herr Anton kauft Markenpackungen zum Stückpreis von 40 Euro, 10 Euro und 1 Euro. Er bezahlt 259 Euro für 100 Packungen. Wie viele Markenpackungen der billigsten Sorte hat er gekauft?
2. Von einem Dreieck kennt man alle Summen von je zwei Seitenlängen: $a+b = 15\text{m}$, $a+c = 20\text{m}$, $b+c = 21\text{m}$. Wie lang ist die Seite a ?
3. Zu jeder Seite eines Quadrats wird mit roter Farbe eine positive ganze Zahl geschrieben. Zu jedem Eckpunkt wird mit grüner Farbe das Produkt der beiden roten Zahlen geschrieben, die bei den angrenzenden Seiten stehen. Die Summe der grünen Zahlen sei 40. Welche Werte sind für die Summe der roten Zahlen möglich?
4. Im Dreieck ABC sind D, E, F die Mittelpunkte der Seiten AB, BC und CA . G ist der Fußpunkt der Höhe durch C . Man zeige, dass die Strecken DF und EG gleich lang sind.
5. Ist es möglich die Menge der Zahlen $A = \{1, 2, 3, , 33\}$ so in 11 Teilmengen mit drei Elementen zu unterteilen, dass in jeder dieser 11 Teilmengen ein Element die Summe der beiden anderen ist?
6. Kann eine Zahl der Gestalt $444 \dots 443$ durch 13 teilbar sein?
7. Eine Zahl besteht aus sieben verschiedenen Ziffern und ist durch jede dieser Ziffer teilbar. Welche drei Ziffern kann diese Zahl nicht enthalten?
8. Das Rechteck $ABCD$ hat die Seitenlängen $AB = CD = 8\text{cm}$ und $AD = BC = 6\text{cm}$. Berechne den Flächeninhalt des über der Diagonalen BD errichteten Rechtecks $BDFE$, dessen Seite EF durch den Eckpunkt C des ursprünglichen Rechtecks geht.



9. Wie viele Zahlen von 1 bis 1000 enthalten nicht die Ziffer 7 ?