

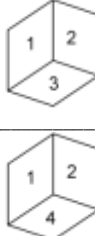


## 50. Österreichische Mathematik-Olympiade

17. Mail 2019

Vorbereitungskurs (A) „Mathematik macht Freu(n)de“

A\_2019\_05\_17

1.) Bestimme alle reellen Zahlen $x$ mit $x[x \cdot \lfloor x \rfloor] = \sqrt{2}$	LW 2008, Theresia Eisenkölbl
2.) Löse in den positiven reellen Zahlen $\lfloor x^2 \rfloor + \lfloor 2x \rfloor = x + \frac{1}{4}$	
3.) Im Parallelogramm ABCD liegt der Halbierungspunkt $M_{CD}$ der Seite CD auf der Winkelsymmetrale des Winkels $\angle BAD$ . Zeige, dass der Winkel $\angle AM_{CD}B$ ein rechter Winkel ist.	LW 2007, Stephan Wagner
4.) Wie viele Lösungen in den ganzen Zahlen hat die Ungleichung $( x  - 2)^2 + ( y  - 2)^2 < 5$ ?	LW 2005, Gerd Baron
5.) Löse in den ganzen Zahlen $(a^3+b)(a+b^3) = (a+b)^4$	GW 2004
6.) Im Trapez ABCD ( $AB \parallel CD$ ) ist $\angle ADC = 120^\circ$ . Weiters gilt $AD = CD$ und $AB = 3 \cdot CD$ . Bestimme die Größe des Winkels $\angle ABC$ .	Deutsche Mathematik-Olympiade 2017/2018
7.) Löse in den ganzen Zahlen $x^3 - 19 = y^3$	
8.) Auf wie viele Arten kann man einen Würfel mit 6 verschiedenen Farben färben (jede Fläche erhält eine Farbe; <i>keine zwei Flächen sind gleich gefärbt</i> )?  <i>Dabei sind zwei Würfel verschieden gefärbt, wenn sie durch beliebige Drehung nicht in identische - die Färbigkeit betreffende - Lage gebracht werden können.</i>  <i>Zum Beispiel sind die beiden rechts abgebildeten Würfel nicht gleich gefärbt.</i>	 Die Farbe 3 soll gegenüber der mit 1 gefärbten Fläche liegen.
9.) Wie viele natürliche Zahlen kleiner als 1000000 sind durch 3 und durch 5 und durch 7, aber nicht durch 9 und auch nicht durch 11 teilbar?	Kirschenhofer 1999 Mariazell