



51. Österreichische Mathematik-Olympiade

Fortgeschrittenen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

13. September 2019

1. Im Dreieck ABC schneiden einander die Streckensymmetrale der Seite BC , die Schwerlinie durch den Punkt B und die Winkelsymmetrale des Winkels $\gamma = \angle ACB$ im Punkt F . $\epsilon = \angle AFB = 20,09$.

Wie groß ist $\alpha = \angle BAC$?

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2008/09)

2. Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist die Hypotenuse AB 65 cm lang. F ist der Fußpunkt der Höhe durch C . D bzw. E sind die Inkreismittelpunkte der Dreiecke AFC bzw. BFC . Die Strecke DE ist $7 \cdot \sqrt{2}$ cm lang. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks!

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2009/10)

3. Ein Dreieck hat die Seitenlängen 13, 14 und 15. Die Höhe auf die Seite mit der Länge 14 hat den Fußpunkt F , ihre Verlängerung schneidet den Umkreis im Punkt E . Wie lang ist die Strecke EF ?

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2010/11)

4. Das Dreieck ABC hat die Seitenlängen $a = 4$ cm, $b = 5$ cm und $c = 6$ cm. Auf der Seite AB liegt der Punkt D , der von B gleich weit entfernt ist wie C . Die Gerade durch D und C schneidet den Umkreis des Dreiecks in den Punkten C und E . Der Flächeninhalt des Dreiecks ABC ist k -mal so groß wie der des Dreiecks DAE . Man berechne k .

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2011/12)

5. AB und CD sind zwei aufeinander normal stehende Durchmesser des Kreises k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius r . E ist ein Punkt auf dem Viertelkreisbogen BC . N ist der Mittelpunkt des Kreises MBE . F liegt auf EB und hat von N den Abstand s . G liegt auf der Normalen zu MF durch M und auf einem Kreis mit dem Mittelpunkt M und dem Radius MN .

Drücke die Länge der Strecke FG durch r und s aus!

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2013/14)

6. Das Dreieck ABC hat die Winkel $\alpha = \beta = 75$ ($\alpha = \angle BAC$, $\beta = \angle CBA$). H ist der Höhenschnittpunkt und D ist der Schnittpunkt der Winkelsymmetrale von HAC mit BC . Das Dreieck ABD hat den Flächeninhalt 1.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks ADC ?

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2013/14)

7. Im Dreieck ABC schneidet die Streckensymmetrale von AB die Seite AC im Punkt G und die Streckensymmetrale von AG geht durch B. D ist der Schnittpunkt der Winkelsymmetrale von $\angle BAC$ mit BC; E ist der Schnittpunkt der Normalen auf BC im Punkt D mit AC; F ist der Schnittpunkt der Symmetrale des Winkels $\angle AED$ mit AB. Das Viereck EFBC hat einen Umkreis.

Man berechne die Größe der Winkel $\angle CBA$ und $\angle ACB$.

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2014/15)

8. Sei ABC ein Dreieck, h die Höhe durch A, s die Schwerlinie durch B und w die Winkelsymmetrale durch C. Die Geraden h, s und w schneiden einander in einem Punkt G. F sei der Schnittpunkt von h mit BC, D der Schnittpunkt von s mit AC. FD stehe auf AC normal.

Man berechne die Innenwinkel des Dreiecks.

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2014/15)

9. Das Dreieck ABC hat die Innenwinkel $\alpha = \angle BAC$, $\beta = \angle CBA$ und $\gamma = \angle ACB$. D ist der Mittelpunkt der Seite BC. Der Umkreis des Dreiecks ABD hat den Mittelpunkt M und schneidet die Gerade AC in den Punkten A und E. Der Umkreis des Dreiecks EDC hat den Mittelpunkt N. Die Gerade MN schneidet die Seite AB im Punkt F. Der Winkel $\angle NFA$ ist doppelt so groß wie β .

Wie lang ist die Strecke MN, wenn AB 2017 mm lang ist?

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2016/17)

10. Das rechtwinkelige Dreieck ABC hat die Hypotenuse AB mit der Länge 181 cm und eine Kathete AC mit der Länge 19 cm. Auf AB liegt der Punkt D, der von A 19 cm entfernt ist. Die Gerade CD schneidet den Umkreis von ABC auch in einem Punkt $E \neq C$.

Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks AED?

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2017/18)