



50. Österreichische Mathematik-Olympiade

1. Februar 2019

Vorbereitungskurs (F) „Mathematik macht Freu(n)de“

F_2019_02_01

1.) Zeige, dass die Gleichung $4x^3 - 7y^3 = 2017$ keine Lösung in den ganzen Zahlen besitzt.	
2.) Für welche Primzahlen p ist $5^p + 4p^4$ eine Quadratzahl?	GW 2003 H.Gstöttner
3.) Löse in den nichtnegativen ganzen Zahlen $x + y + z = xyz$	
4.) Eine Folge $(a_n)_{n \geq 0}$ von Zahlen ist gegeben durch $a_0 = 1; a_1 = 1; a_{n+2} = \frac{a_{n+1}^2 + 2}{a_n}$ Zeige, dass alle Glieder der Folge ganze Zahlen sind.	Engel: Problem –Solving S223
5.) Löse in den reellen Zahlen $5x^2 - 6xy + 2y^2 - 2x + 2 = 0$	
6.) Sei p eine Primzahl. Für welche ganzen Zahlen k (mit $k \neq 0$) ist $\sqrt{k^2 - pk}$ eine positive ganze Zahl?	1997 Spanische math. Olympiade
7.) Es gibt keine positiven ganzen Zahlen a, b mit $4a(a+1) = b(b+3)$	LW 2005
8.) Löse in den ganzen Zahlen $(a^3 + b)(a + b^3) = (a + b)^4$	GW 2004 G. Baron
9.) Zeige, dass für jede Primzahl p gilt: $k \mid \binom{p}{k}$ für $0 < k < p$ Dabei ist $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-(k-1))}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k}$	
10.) Zeige, dass die Gleichung $a^2 + b^2 = 7(c^2 + d^2)$ keine Lösung in den positiven ganzen Zahlen besitzt.	