

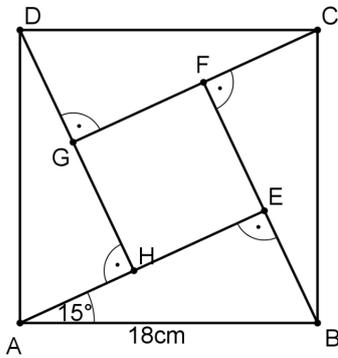
## 51. Österreichische Mathematik-Olympiade

JuniorInnen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

13. September 2019

1.  $U$ ,  $V$  und  $W$  sind die Berührungspunkte des Inkreises im Dreieck  $ABC$ . Die Winkel des Dreiecks  $ABC$  verhalten sich wie  $2 : 3 : 4$ . Wie verhalten sich die Winkel des Dreiecks  $UVW$ ?  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2003/04)
2. Für heute nennen wir Dreiecke wohlgeformt, wenn für die Seitenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$  und für den Umfang  $u$  gilt:  $u:a=b:c$ . Wir haben so ein Dreieck gefunden, von dem zwei Seitenlängen bekannt sind:  $168\text{cm}$  und  $70\text{cm}$ . Wie lang ist der Umfang?  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2003/04)
3. Die beiden Kreise sind gleich groß. Sie haben beide den Radius  $4\text{cm}$ . Die Strecke  $M_2A$  ist  $11\text{cm}$  lang und steht auf  $M_1M_2$  normal. Die Strecke  $AB$  ist Tangente an den Kreis  $k_1$ . Wie lang ist  $AB$ ?  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2004/05)
4. Bestimme alle rechtwinkligen Dreiecke mit ganzzahligen Seitenlängen, von denen eine Kathete die Länge  $2011$  hat!  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2010/11)
5. Die Punkte  $E$  und  $F$  liegen auf der Seite  $AB$  eines Rechtecks  $ABCD$  und die Strecken  $AE$ ,  $EF$  und  $FB$  sind gleich lang, nämlich  $13$ . Der Punkt  $E$  hat von der Geraden  $CF$  den Abstand  $12$ . Wie lang sind die Seiten des Rechtecks?  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2013/14)
6.  $ABCD$  ist ein Quadrat mit der Seitenlänge  $2016\text{m}$ .  $EFGH$  ist ein Quadrat mit folgenden Eigenschaften:  $G$  liegt auf der Seite  $BC$ ,  $H$  liegt auf der Seite  $CD$  und  $E$  liegt auf der Strecke  $AH$ . Wie lang kann die Strecke  $GC$  höchstens sein? Wie groß ist der Flächeninhalt des Quadrates  $EFGH$ , wenn die Strecke  $GC$  die maximale Länge hat?  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2015/16)
7. Im rechtwinkligen Dreieck ist die Länge der Kathete  $b$  der arithmetische Mittelwert der Längen der anderen beiden Dreieckseiten. Der Umfang des Dreiecks beträgt (zum Gedenken an das vergangene Jahr)  $2016\text{cm}$ . Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?  
(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2016/17)

8. Gegeben sei das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 18cm und wie aus der Zeichnung ersichtlich das Quadrat EFGH. Wie groß ist der Flächeninhalt des Quadrats EFGH?



(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2017/18)

9. Die beiden Kreise  $k_1(M_1, r_1)$  und  $k_2(M_2, r_2)$  berühren einander von außen. A liegt auf  $k_1$  und der Winkel  $\angle M_2M_1A$  beträgt  $60^\circ$ . Die Tangente durch A berührt auch  $k_2$ . Wie lang ist der Radius  $r_2$ ?

(Neujahrswettbewerb am RG 18, 2018/19)