In der Steiermark wird seit über 25 Jahren eine Mathematik-Olympiade für SchülerInnen der 3. und 4. Klasse AHS/MS organisiert. Darauf hinführend werden auch Vorbereitungskurse angeboten. Ab dem Schuljahr 2019/20 werden auch SchülerInnen aus Wien und Umgebung an diesem Wettbewerb teilnehmen. Das Projekt *Mathematik macht Freu(n)de* gestaltet dafür auch einen Kurs. Alle mathematikbegeisterten SchülerInnen sind herzlich willkommen – dabei ist *Mathematik macht Freu(n)de* Programm, der Wettbewerb Nebensache! Weitere Informationen und den Link zur Anmeldung gibt's auf https://mmf.univie.ac.at/olympiade/. Wir haben einige besonders schöne Aufgaben zusammengestellt, damit ihr euch einen Eindruck machen könnt. Wir wünschen euch viel Spaß beim Nachdenken!

Österreichische Mathematik-Olympiade
Auswahl an Aufgaben vom Steirischen Unterstufenwettbewerb (Teil I)

1) In den beiden Rechnungen $A + B = C$ und $D \times E = F$ stehen die sechs Buchstaben für sechs verschiedene einziffrige Zahlen. Beide Rechnungen stimmen. Was ist der kleinste mögliche Wert von C?

(A) 3 (B) 5 (C) 4 (D) 2 (E) 6

2) Die Eckpunkte ABCD eines Quadrats werden entweder rot oder grün gefärbt. Es soll gleich viele rote und grüne Eckpunkte geben. Auf wie viele Arten kann man diese Färbung durchführen?

(A) 5 (B) 8 (C) 6 (D) 3 (E) 4

3) Helena, Ralph und Elisa spielen mit drei gewöhnlichen Spielwürfeln (mit Augenzahlen von 1 bis 6) ein mathematisches Spiel. Helena wirft alle drei Würfel zugleich und notiert die Summe H der drei Augenzahlen. Ralph notiert das Produkt R der drei Augenzahlen. Elisa notiert die Differenz E der höchsten Augenzahl und der kleinsten Augenzahl. (Zeigen die drei Würfel also 5, 2, 2, so gilt z.B. $H = 5 + 2 + 2 = 9$, $R = 5 \times 2 \times 2 = 20$ und $E = 5-2 = 3$.) In einer Spielrunde fällt den Spielern auf, dass $H = R$ gilt. Wie groß ist in dieser Runde E?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 5

4) Alle Minions haben zwei Arme. Manche haben zwei Augen und manche haben nur ein Auge. In einer Gruppe von Minions zählt Bob 70 Augen. In dieser Gruppe befinden sich genau doppelt so viele zweiäugige Minions wie einäugige. Wie viele Arme kann Bob in der Gruppe zählen?

(A) 86 (B) 84 (C) 80 (D) 74 (E) 70

5) Auf einer Tafel stehen die Zahlen von 1 bis 9. Peter und Max spielen folgendes Spiel: Gemeinsam bilden sie aus diesen Zahlen eine 9-stellige Zahl. Sie dürfen jede der neun Zahlen nur einmal als Ziffer für die 9-stellige Zahl verwenden. Nacheinander bestimmen die Spieler an welcher Stelle welche Ziffer stehen soll. Max gewinnt, wenn die entstandene Zahl durch 36 teilbar ist, ansonsten hat Peter gewonnen. Peter fängt an und setzt an die Zehnerstelle die Ziffer 4. Nun ist Max an der Reihe.

Gibt es eine Möglichkeit für ihn das Spiel sicher zu gewinnen?

(A) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Einerstelle eine 5 setzt.

(B) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Tausenderstelle eine 1 setzt.

(C) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Einerstelle eine 8 setzt.

(D) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Einerstelle eine 3 setzt.

(E) Nein. Max kann das Spiel nicht gewinnen.

6) Wie lautet die Einerziffer der Summe $2017^2 + 2017^0 + 2017^1 + 2017^7$?

(Hinweis: Für jede positive ganze Zahl a gilt $a^0 = 1$.)

(A) 2 (B) 0 (C) 1 (D) 7 (E) keine der Ziffern 2, 0, 1 oder 7

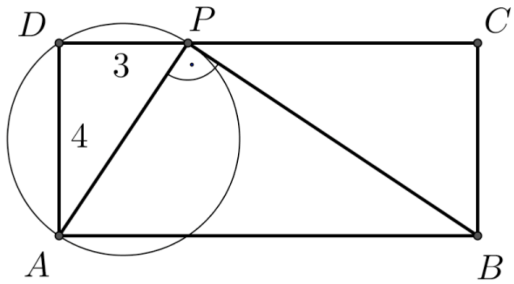
7) Auf einer Tafel stehen 12 (nicht unbedingt verschiedene) positive ganze Zahlen in einer Reihe geschrieben. Die Summe von je drei nebeneinanderstehenden Zahlen ist immer 18. Die zweite Zahl in der Reihe ist 3 und die zehnte Zahl ist 8. Welche Zahl steht an sechster Stelle auf der Tafel?

(A) 7 (B) 3 (C) 8 (D) 0 (E) 2

Österreichische Mathematik-Olympiade
Auswahl an Aufgaben vom Steirischen Unterstufenwettbewerb (Teil II)

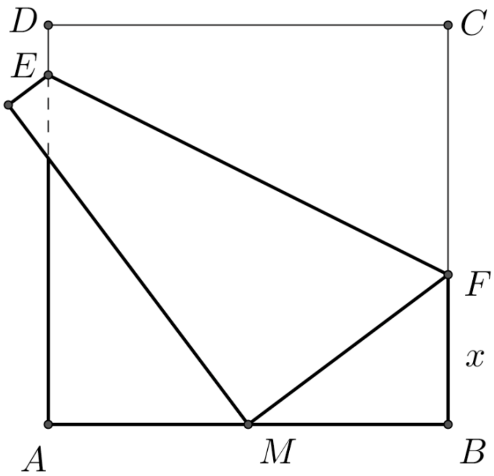
1) Bestimme alle vierstelligen Zahlen n mit der Eigenschaft, dass die Summe von n und der Ziffernsumme von n gleich 2016 ist und begründe, warum es außer den von dir angegebenen Lösungen keine weiteren derartigen Zahlen geben kann.

2) In dieser Zeichnung gilt DP = 3 cm und AD = 4 cm. Wie groß ist die Fläche des Rechtecks ABCD?



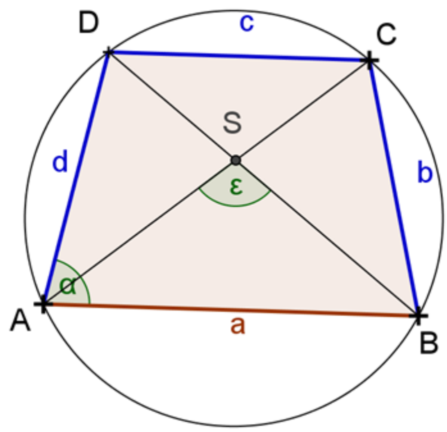
3) Magic Michaela hat vier Arme. Sie hat einen Pullover mit sieben Ärmeln. Wenn sie den Pullover anzieht, kann sie eine beliebige Kombination von vier Ärmeln verwenden, aber immer genau vier. Wenn sie einen Ärmel zehn Mal verwendet hat, fällt er ab. Wie oft kann sie den Pullover höchstens anziehen? Begründe deine Antwort!

4) Ein quadratisches Blatt Papier mit der Seitenlänge 24 cm wird so gefaltet, dass der Eckpunkt C, wie im Bild zu sehen, auf den Mittelpunkt M der Seite AB zu liegen kommt. Die Faltkante hat die Endpunkte E und F. Bestimme die Länge x der Strecke BF.



5) An einer Kreuzung steht die Verkehrsampel für 50 Sekunden auf „Grün“, 5 Sekunden auf „Gelb“ und 30 Sekunden auf „Rot“. Danach schaltet die Ampel sofort wieder auf „Grün“. Um 7 Uhr schaltet die Ampel auf „Grün“. Wie oft schaltet die Ampel zwischen 7 Uhr und 19 Uhr auf „Grün“?

6) In einem Trapez ABCD mit AB||CD gilt $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{BC}$. S ist der Diagonalenschnittpunkt des Trapezes und es gilt $\varepsilon = 135° = \angle ASB$. Ermittle die Größe des Winkels $\alpha = \angle BAD$.



7) Bestimme alle Quadratzahlen, die um genau 1 größer als eine Primzahl sind und begründe warum es keine weiteren gibt.

8) Juanita besucht eine Schule mit sprachlichem Schwerpunkt. In ihrer Klasse sind 40 SchülerInnen. Jeder von ihnen lernt mindestens eine der Fremdsprachen Englisch, Deutsch oder Französisch. 34 SchülerInnen lernen mindestens eine der Sprachen Englisch oder Deutsch. 25 SchülerInnen lernen mindestens eine der Sprachen Deutsch oder Französisch. 6 SchülerInnen lernen nur Deutsch. Genau die Kombination Englisch und Deutsch lernen um drei SchülerInnen mehr als die Kombination Französisch und Deutsch. Niemand in der Klasse lernt die Kombination Englisch und Französisch.
Wie viele SchülerInnen lernen genau eine Fremdsprache?
Wie viele lernen genau zwei Fremdsprachen?