



## 51. Österreichische Mathematik-Olympiade

Unterstufen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

13. September 2019

### Zehnersystem und Teilbarkeit

1. In Telphonien ist jede 7-stellige Zahl, die nicht mit einer 0 oder 1 beginnt, eine zulässige Telefonnummer. Welcher Bruchteil der zulässigen Telefonnummern beginnt in Telphonien mit einer 9 und endet mit einer 0? Begründe dein Ergebnis ausführlich und vollständig! (SUW2017, T2, 1)
2. Bestimme alle vierstelligen Zahlen  $n$  mit der Eigenschaft, dass die Summe von  $n$  und der Ziffernsumme von  $n$  gleich 2016 ist und begründe, warum es auer den von dir angegebenen Lösungen keine weiteren derartigen Zahlen geben kann.
3. Luise schreibt statt Ziffern Buchstaben auf ein Blatt Papier. E steht für 1, S steht für 2, L steht für 3 und I steht für 4. Sie notiert auf diese Art eine vierstellige Zahl mit folgenden Eigenschaften:
  - Die Ziffernsumme der Zahl ist ungerade.
  - Die Zahl ist größer als 2000.
  - Die Zehnerziffer der Zahl ist größer als 2.

Welches der folgenden Worte kann sie aufgeschrieben haben? (A) SEIL (B) EILE (C) LEIE (D) LIES (E) LESE (SUW2017, T1, 2)

4. Wie viele sechsziffrige Zahlen haben die Ziffernsumme 2? (SUW2017, T1, 9)
5. Helena, Ralph und Elisa spielen mit drei gewöhnlichen Spielwürfeln (mit Augenzahlen von 1 bis 6) ein mathematisches Spiel. Helena wirft alle drei Würfel zugleich und notiert die Summe  $H$  der drei Augenzahlen. Ralph notiert das Produkt  $R$  der drei Augenzahlen. Elisa notiert die Differenz  $E$  der höchsten Augenzahl und der kleinsten Augenzahl. (Zeigen die drei Würfel also 5, 2, 2, so gilt z.B.  $H = 5 + 2 + 2 = 9$ ,  $R = 5 \times 2 \times 2 = 20$  und  $E = 5 - 2 = 3$ .) In einer Spielrunde fällt den Spielern auf, dass  $H = R$  gilt.

Wie groß ist in dieser Runde  $E$ ?

6. Auf einer Tafel stehen die Zahlen von 1 bis 9. Peter und Max spielen folgendes Spiel: Gemeinsam bilden sie aus diesen Zahlen eine 9-stellige Zahl. Sie dürfen jede der neun Zahlen nur einmal als Ziffer für die 9-stellige Zahl verwenden. Nacheinander bestimmen die Spieler an welcher Stelle welche Ziffer stehen soll. Max gewinnt, wenn die entstandene Zahl durch 36 teilbar ist, ansonsten hat Peter gewonnen. Peter fängt an und setzt an die Zehnerstelle die Ziffer 4. Nun ist Max an der Reihe.
- Gibt es eine Möglichkeit für ihn das Spiel sicher zu gewinnen?
- (A) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Einerstelle eine 5 setzt. (B) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Tausenderstelle eine 1 setzt. (C) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Einerstelle eine 8 setzt. (D) Ja. Er gewinnt sicher, wenn er an die Einerstelle eine 3 setzt. (E) Nein. Max kann das Spiel nicht gewinnen. (SUW2017, T1, 8)
7. Wir bezeichnen die kleinste Zahl, die durch die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8 jeweils ohne Rest teilbar ist als  $P$ . Wie lautet die Ziffernsumme von  $P$ ? (SUW2018, T1, 2)
8. Bestimme alle Quadratzahlen, die um genau 1 größer als eine Primzahl sind und begründe warum es keine weiteren gibt. (SUW2017, T2, 4)
9. Der größte gemeinsame Teiler zweier natürlicher Zahlen ist 6 und ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches ist 210. Ermittle alle Zahlenpaare mit diesen genannten Eigenschaften und begründe warum es keine weiteren derartigen Paare geben kann. (SUW2018, T2, 1)
10. Verkleinert man die Hunderterziffer einer dreiziffrigen Quadratzahl  $x$  um 2 und gleichzeitig auch ihre Einerziffer um 5, erhält man eine dreiziffrige Quadratzahl  $y$ .
- Bestimme die beiden Zahlen  $x$  und  $y$ . Begründe, warum es nur eine Lösung zu dieser Aufgabe geben kann. (SUW2018, T2, 7)

Anmerkung: (SUW2017, T2, 6)=Steirischer Unterstufenwettbewerb Teil 2 Aufgabe 6