



51. Österreichische Mathematik-Olympiade

Unterstufenkurs - Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

25. Oktober 2019

Gemischte Aufgaben aus der ersten Runde der Niederländischen Mathematikolympiade

1. Arthur hat fünf verschiedene positive ganze Zahlen kleiner als 10 aufgeschrieben. Addiert man irgendwelche zwei dieser fünf Zahlen, erhält man nie die Zahl 10.

Welche Zahl hat Arthur sicher aufgeschrieben? [1, 2019, A1]

2. Auf einem 2019×2019 Schachbrett gibt es eine ansteckende Krankheit. An jedem Tag sind manche Quadrate krank und die anderen sind gesund. Ein gesundes Quadrat, das an ein krankes (längs einer Seite) angrenzt, wird am nächsten Tag krank. Ein krankes Quadrat ist am nächsten Tag immer gesund. Ein gesundes Quadrat, das bereits einmal krank war, kann wieder krank werden (falls es von einem der benachbarten Quadrate angesteckt wird). An Tag 1 ist nur das mittlere Quadrat krank.

Wieviele Quadrate sind am Tag 100 krank? [1, 2019, A2]

3. In einer Tabelle mit zwei Zeilen und fünf Spalten ist jedes Feld entweder Schwarz oder Weiß angemalt. Dabei werden folgende Regeln beachtet:

- Zwei angrenzende Spalten dürfen nie die gleiche Anzahl an schwarzen Feldern haben.
- Zwei 2×2 Quadrate, die sich in einer Spalte überschneiden dürfen nie die gleiche Anzahl an schwarzen Feldern haben.

Wie viele Möglichkeiten gibt es die Tabelle so anzumalen? [1, 2019, A5]

4. Maurits fährt jeden Tag mit dem Fahrrad zur Schule. Dabei kann er zwei verschiedene Routen fahren. Route B ist 1,5 km länger als Route A. Da es aber auf Route B weniger Ampeln gibt, ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit bei Route B 2 km/h schneller als bei Route A. Dadurch braucht er für beide Routen genau gleich lang.

Wie lang braucht Maurits mit dem Rad zur Schule? [1, 2019, B1]

5. Ausgehend von einer positiven ganzen Zahl nennen wir die Zahlen, die man erhält, wenn man vom Anfang und/oder vom Ende der Zahl Ziffern wegstreicht, ein Fragment dieser Zahl. Zum Beispiel sind 2, 1, 9, 20, 19 und 201 Fragmente von 2019.

Was ist die kleinste positive Zahl n , sodass die Summe von n und einem Fragment von n 2019 ergibt?

6. Alice hat eine gewisse Anzahl an Karten. Auf jeder Karte stehen drei der Buchstaben A bis I. Für jede Wahl von zwei dieser Buchstaben gibt es mindestens eine Karte auf der diese beiden Karten stehen.

Wie viele Karten hat Alice mindestens [1, 2019, B4]

7. In einem Klassenzimmer gibt es Sessel und Hocker. Auf jedem Sessel und jedem Hocker sitzt ein Kind. Jeder Sessel hat 4 Beine, jeder Hocker 3 Beine und jedes Kind 2 Beine. Alle Kinder sitzen auf genau einem Hocker oder Sessel. Insgesamt gibt es 39 Beine im Klassenzimmer.

Wieviele Sessel sind im Klassenzimmer? [1, 2018, A1]

8. Auf einer Insel gibt es Ritter und Schurken. Ritter sagen immer die Wahrheit und Schurken lügen immer. Auf dieser Insel triffst du fünf Leute. Du weißt, dass vier davon Ritter sind und einer ein Schurke ist, aber du weißt nicht, welcher ein Schurke ist. Sie machen die folgenden Aussagen über die Inselbewohner:

- A: ‚Alle Schurken haben Schuhgröße 40.‘
- B: ‚Alle Leute mit Schuhgröße 40 haben einen Goldfisch.‘
- C: ‚Alle Leute mit einem Goldfisch sind Schurken.‘
- D: ‚Ich habe Schuhgröße 40.‘
- E: ‚Ich habe einen Goldfisch.‘

Wer ist der Schurke? [1, 2018, A2]

9. Vor drei Jahren war Rosas Mutter genau fünf mal so alt wie Rosa. Damals war Rosas Mutter genau so alt wie Rosas Großmutter war, als Rosas Mutter geboren wurde. Jetzt ist Rosas Großmutter genau siebenmal so alt wie Rosa.

Wie alt ist Rosas Mutter jetzt? [1, 2018, B1]

10. Nanda und Mike haben beide ein Zettelchen mit der gleichen fünfstelligen Zahl. Nanda fügt ihrer Zahl vorne eine 4 und hinten eine 8 hinzu um eine siebenstellige Zahl zu erhalten. Mike fügt seiner Zahl auch eine Ziffer vorne hinzu. Nun vergleichen sie ihre Zahlen und es stellt sich heraus, dass Nandas Zahl genau 6 mal so groß ist wie Mikes.

Was war die ursprüngliche Zahl? [1, 2018, B2]

Literatur

- [1] Erste Runde der niederländischen Mathematik-olympiade. <https://www.wiskundeolympiade.nl/wedstrijdarchief/1e-ronde>. (aufgerufen am 23.12.2019).