



51. Österreichische Mathematik-Olympiade

Unterstufen-Kurs „Mathematik macht Freu(n)de“

24. Jänner 2020

1. (Wiederholung)

- Ist es möglich, die Menge der Zahlen $A = \{1, 2, 3, \dots, 33\}$ so in 11 Teilmengen mit drei Elementen zu unterteilen, dass in jeder dieser 11 Teilmengen ein Element die Summe der beiden anderen ist?[3]
- Zu jeder Seite eines Quadrats wird mit roter Farbe eine positive ganze Zahl geschrieben. Zu jedem Eckpunkt wird mit grüner Farbe das Produkt der beiden roten Zahlen geschrieben, die bei den angrenzenden Seiten stehen. Die Summe der grünen Zahlen sei 4. Welche Werte sind für die Summe der roten Zahlen möglich?[3]
- Von einem Dreieck kennt man alle Summen von je zwei Seitenlängen: $a + b = 15$ m, $a + c = 20$ m, $b + c = 21$ m. Wie lang ist die Seite a ?[3]
- Herr Anton kauft Markenpackungen zum Stückpreis von 40 Euro, 10 Euro und 1 Euro. Er bezahlt 259 Euro für 100 Packungen. Wie viele Markenpackungen der billigsten Sorte hat er gekauft?[3]

2. Wir nennen eine Zahl „schön“, wenn sie genau vier positive Teiler hat. 2018 ist z.B. eine schöne Zahl, weil sie die Teiler 1, 2, 1009 und 2018 hat.

Wir nennen eine schöne Zahl „besonders schön“, wenn die Summe ihrer vier Teiler eine ungerade Zahl ist.

- Man bestimme alle besonders schönen Zahlen.[1]
 - 2018 und 2019 sind zwei aufeinanderfolgende schöne Zahlen. Gibt es auch mehr als zwei aufeinander folgende schöne Zahlen? Wie viele höchstens?[4]
- ### 3. Unter dem Big Brother einer natürlichen Zahl n verstehen wir jene Zahl, die man erhält, wenn man die Ziffern von n der Größe nach geordnet (beginnend mit der größten) anschreibt. Big Brother von 2019 ist also 9210. Man beweise, dass die Differenz einer Zahl und ihres Big Brothers immer durch 9 teilbar ist.[4]
- ### 4. Unter einer Palindromzahl versteht man eine natürliche Zahl, die im dekadischen System geschrieben von vorne und von hinten gelesen den gleichen Wert hat. Zum Beispiel ist 5885 eine vierstellige Palindromzahl. Man bestimme den größten gemeinsamen Teiler aller vierstelligen Palindromzahlen.[2]

Literatur

- [1] Mathematik macht Freu(n)de, Kurswettbewerb für Junior*innen 2018. https://mmf.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_mathematikmachtfreunde/Olympiade/1718/Kurswettbewerb_Anfaenger2018.pdf. 25. Mai 2018, (aufgerufen am 27.1.2020).
- [2] Mathematik macht Freu(n)de, Kurswettbewerb für Junior*innen 2019. https://mmf.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_mathematikmachtfreunde/Olympiade/Anf_1819/Kurswettbewerb_AnfaengerInnen.pdf. 24. Mai 2019, (aufgerufen am 27.1.2020).
- [3] Mathematik macht Freu(n)de, Vorbereitungskurs (A). https://mmf.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_mathematikmachtfreunde/Olympiade/Anf_1819/A_14.Sept.18.pdf. Aufgabenblatt vom 14. Sept. 2018, (aufgerufen am 27.1.2020).
- [4] Mathematik macht Freu(n)de, Vorbereitungskurs (A). https://mmf.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_mathematikmachtfreunde/Olympiade/Anf_1819/A_27.Sept.18.pdf. Aufgabenblatt vom 28. Sept. 2018, (aufgerufen am 27.1.2020).