Universität Wien
Fakultät für Mathematik
Maria Charina und Stefan Haller

DAUER: 60 Minuten

STEOP: Modulprüfung - Einführung in die Mathematik
1. Termin am 17.12.2018, 9:45-11:15Uhr in HS 1, HS 4 und HS14

Prüfungseinsicht: 19.12.2018, 16:00-17:00Uhr im HS 13

Nachname: .... Vorname: ....

Matrikelnummer: .... Studienkennzahl: ....

☐ 1. Antritt ☐ 2. Antritt ☐ 3. Antritt ☐ 4. Antritt

Sie können maximal 40 Punkte erreichen. Mit mindestens 20 Punkten ist die Prüfung bestanden.

1	2	3	4	5	6	$\sum$	Note

Notenskala:

Note	5	4	3	2	1
Punkte	< 20	$20 - 24$	$25 - 29$	$30 - 34$	≥ 35

Aufgabe 1: .... (7 Punkte)

(i) Definieren Sie den Begriff *Surjektivität* für eine Abbildung $f : A \to B$.

(ii) Zeigen oder widerlegen Sie: Die Abbildung $g : (0, \infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = -\frac{1}{x} + 2$ ist injektiv.

Aufgabe 2: .... (8 Punkte)

Beweisen Sie **mittels vollständiger Induktion**: Für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, ist $n^2 + n$ gerade.

Aufgabe 3: .... (7 Punkte)

Ergänzen Sie die folgende Tabelle und geben Sie die entsprechenden Rechenschritte an.

z	$\overline{z}$	$\frac{1}{z}$	$\lvert z\rvert$	$0 \leq \phi = \arg(z) < 2\pi$
		$\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$		
			$\sqrt{2}$	$\frac{3\pi}{4}$

Aufgabe 4: .... (8 Punkte)

(i) Bestimmen Sie $f \circ g$ für die Funktionen

$$f : \mathbb{R} \to [1, \infty),\ f(x) = x^2 + 1 \quad \text{und} \quad g : [1, \infty) \to \mathbb{R},\ g(x) = \sqrt{x-1},$$

falls diese Abbildung $f \circ g$ existiert.

(ii) Bestimmen Sie die Umkehrabbildung (falls diese existiert) von $f : [0, \infty) \to [-1, \infty),\ f(x) = x^2 - x$.

Geben Sie die entsprechenden Definitions- und Zielbereiche an oder begründen Sie, warum die Abbildung in (i) oder in (ii) nicht existiert.

Aufgabe 5: .... (5 Punkte)

Für $p = q = 1$ (wahr) und $r = 0$ (falsch) bestimmen Sie den Wahrheitswert von

$$\big((p \Rightarrow q) \vee (q \Leftrightarrow \neg r)\big) \mathrel{\underline{\vee}} r\,.$$

Aufgabe 6: .... (5 Punkte)

Kreuzen Sie jeweils nur eine Antwort an. Jede richtige Antwort wird mit +1 Punkt und jede falsche Antwort mit −1 Punkt bewertet. Ist die so erhaltene Gesamtpunktzahl negativ, runden wir sie auf 0 auf.

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\prod_{k=0}^{n-1} 4^{3k+2} = \prod_{k=1}^{n} 4^{3k-1}$.

☐ Wahr

☐ Falsch

(b) Welche der folgenden Aussagen ist wahr für beliebige Mengen A und B?

☐ $A \subseteq B \Rightarrow (A \cap B) \setminus B = A$.

☐ $A \subseteq B \Rightarrow (A \cap B) \setminus B = \emptyset$.

(c) Für jede Menge M definiert $\subseteq$ eine Totalordnung auf $\mathcal{P}(M)$.

☐ Wahr

☐ Falsch

(d) Eine Verneinung von $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \ : \ x < 0 \ \veebar \ x > 0$ ist

☐ $\exists x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \ : \ (x < 0 \wedge x > 0) \vee (x \geq 0 \wedge x \leq 0)$

☐ $\exists x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \ : \ (x < 0 \wedge x > 0) \wedge (x \geq 0 \wedge x \leq 0)$

(e) Die Inverse von $\overline{7}$ im $(\mathbb{Z}_{15}, \cdot)$ ist

☐ $\overline{-2}$

☐ $\overline{5}$