Universität Wien
Fakultät für Mathematik
Maria Charina und Stefan Haller

DAUER: 60 Minuten

STEOP: Modulprüfung — Einführung in die Mathematik
2. Termin am 10. Jänner 2019, 8:00–9:30 Uhr in HS 1 und HS 6

Nachname: .... Vorname: ....

Matrikelnummer: .... Studienkennzahl: ....

☐ 1. Antritt ☐ 2. Antritt ☐ 3. Antritt ☐ 4. Antritt

Sie können maximal 40 Punkte erreichen. Mit mindestens 20 Punkten ist die Prüfung bestanden.

1	2	3	4	5	6	$\sum$	Note

Notenskala:

Note	5	4	3	2	1
Punkte	< 20	$20 - 24$	$25 - 29$	$30 - 34$	≥ 35

Aufgabe 1: .... (7 Punkte)

(a) Definieren Sie die Mengendifferenz $A \setminus B$ zweier Mengen A und B.

(b) Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussage: Für beliebige Mengen A und B gilt

$$(A \cup B) \cap A = A \cup (B \cap A).$$

Aufgabe 2: .... (8 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage **mittels vollständiger Induktion**: Für alle natürlichen Zahlen $n \geq 2$ gilt

$$2^n \geq n + 2.$$

Aufgabe 3: . . . . (7 Punkte)

(a) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{Z}_7$ der Gleichung $x^2 = \bar{2}$.

(b) Welche Elemente von $\mathbb{Z}_6$ besitzen ein multiplikatives Inverses? Geben Sie die Inversen aller invertierbaren Elemente an.

Aufgabe 4: .... (8 Punkte)

(a) Betrachten Sie die Abbildung $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := x^2 + 1$ sowie die Teilmengen $A := \mathbb{R}$ und $B := [5, 10]$. Bestimmen Sie die Bildmenge $f(A)$ und die Urbildmenge $f^{-1}(B)$.

(b) Bestimmen Sie eine Teilmenge $C \subseteq \mathbb{R}$, sodass $g\colon \mathbb{R} \setminus \{1\} \to C$, $g(x) := \frac{1}{x-1}$ eine Bijektion definiert und geben Sie die Umkehrabbildung von g (inkl. Definitions- und Zielbereich) an.

Aufgabe 5: .... (5 Punkte)

Bestimmen Sie die Mengenvereinigung $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ der Intervalle $A_n := [\frac{1}{n}, n]$.

Aufgabe 6: .... (5 Punkte)

Kreuzen Sie jeweils nur eine Antwort an. Jede richtige Antwort wird mit +1 Punkt und jede falsche Antwort mit −1 Punkt bewertet. Ist die so erhaltene Gesamtpunktezahl negativ, runden wir sie auf 0 auf.

(a) Sind $f\colon A \to B$ und $g\colon B \to C$ zwei Abbildungen und ist $g \circ f$ injektiv, dann muss auch f injektiv sein.

- ☐ wahr
- ☐ falsch

(b) Es gibt Abbildungen $f\colon X \to Y$ und Teilmengen $A_1, A_2 \subseteq X$, sodass $f(A_1 \cap A_2) \neq f(A_1) \cap f(A_2)$.

- ☐ wahr
- ☐ falsch

(c) Welche der folgenden komplexen Zahlen stimmt mit $\mathbf{i}^7$ überein?

- ☐ -1
- ☐ $-\mathbf{i}$

(d) Welche der folgenden Aussagen ist zu $r \Rightarrow p \vee q$ äquivalent?

- ☐ $r \wedge \neg p \Rightarrow q$
- ☐ $p \wedge q \Rightarrow \neg r$

(e) Welcher der folgenden beiden Ausdrücke stimmt mit der Summe $\displaystyle\sum_{k=0}^{m-1} \frac{(-1)^k}{k+1}$ überein?

- ☐ $\displaystyle\sum_{j=1}^{m} \frac{-(-1)^j}{j+2}$
- ☐ $\displaystyle\sum_{i=2}^{m+1} \frac{(-1)^i}{i-1}$

Zusatzblatt: