Name:	
Matr.Nr.:	Stud.KZahl:

Zur Verfügung gestellt von:
Adrian Constantin
PR Analysis, SoSe 2019
LV-Nr.: 250027
Fakultät für Mathematik, Universität Wien
Danke!

Analysis

Prüfungstermin: 1. Juli 2019 (Dauer: 120 Minuten)

$\boxed{1}$ (i) [10%] Beweisen Sie: monotone Funktionen $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ sind Riemann integrierbar.

(ii) [10%] Beweisen Sie: $\displaystyle\int_\pi^\infty \frac{\sin(x)}{x}\,\mathrm{d}x$ ist konvergent aber nicht absolut konvergent.

$\boxed{2}$ (i) [10%] Seien (X,d) und (X',d') metrischen Räume und $f : X \to X'$ stetig. Zeigen Sie dass das Urbild $A = f^{-1}(A') \subset X$ einer abgeschlossenen Menge $A' \subset X'$ abgeschlossen ist. Ist das Bild $B' = f(B) \subset X'$ einer abgeschlossenen Menge $B \subset X$ immer abgeschlossen?

(ii) [10%] Sei $f(x,y) = x^2 + y^2 + 1$. Auf welche der zwei Mengen, $\mathbb{R}^2$ bzw. $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ |x| + |y| \le 1\}$, ist f gleichmäßig stetig?

$\boxed{3}$ Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4+y^2} & \text{für } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{für } (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

(i) [10%] Zeigen Sie: f besitzt partielle Ableitungen in jedem Punkt.

(ii) [10%] Ist f stetig in $(0,0)$?

$\boxed{4}$ (i) [10%] Beweisen Sie: eine differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ ist stetig.

(ii) [10%] Beweisen Sie: eine Funktion $f : U \to \mathbb{R}$ mit stetigen partiellen Ableitungen ist differenzierbar, wobei $U \subset \mathbb{R}^n$ ein Gebiet ist. Gilt auch die Umkehrung: hat jede differenzierbare Funktion $f : U \to \mathbb{R}$ stetige partielle Ableitungen?

$\boxed{5}$ (i) [10%] Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extrema der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 e^{y^2} + y^2 e^{x^2} + x$.

(ii) [10%] Formulieren und beweisen Sie die Integrabilitätsbedingungen für das C^1-Gradientenfeld $F = (F_1, \cdots, F_n) : U \to \mathbb{R}^n$, wobei $U \subset \mathbb{R}^n$ ein Gebiet ist.

1	2	3	4	5	Total