

Übungen zu Geometrie und Lineare Algebra für das Lehramt

zusammengestellt von Stefan Haller
Sommersemester 2019 (UE250163)

3. Übungsblatt für die Woche vom 18. bis 22. März 2019

AUFGABE 3.1. Leite aus den Inzidenzaxiomen I1 bis I3 folgende Eigenschaften ab:

- (a) Durch jeden Punkt gehen wenigstens zwei verschiedene Geraden.
- (b) Es existieren drei nicht konkurrente Geraden.
- (c) Zu jedem Punkt existiert eine Gerade, die diesen Punkt nicht enthält.
- (d) Zu jeder Geraden existiert ein Punkt, der nicht auf dieser Geraden liegt.

AUFGABE 3.2. Zeige, dass das Innere einer Strecke stets unendlich viele Punkte enthält.

AUFGABE 3.3. Zeige, dass durch jeden Punkt unendlich viele Geraden laufen.

AUFGABE 3.4. (a) Zeige, dass das Innere einer Strecke konvex ist.

- (b) Zeige, dass offene Halbgeraden konvex sind.
- (c) Zeige, dass offene Halbebenen konvex sind.

AUFGABE 3.5. (a) Zeige, dass $[AB]$ konvex ist, für je zwei Punkte A und B .

- (b) Zeige, dass abgeschlossene Halbgeraden konvex sind.
- (c) Schlage eine Definition abgeschlossener Halbebenen analog zur Definition abgeschlossener Halbstrahlen vor und zeige, dass abgeschlossene Halbebenen konvex sind.

AUFGABE 3.6. (a) Zeige, dass Durchschnitte konvexer Mengen konvex sind.

- (b) Zeige, dass das Innere eines Winkels konvex ist.
- (c) Zeige, dass das Innere eines Dreiecks konvex ist.
- (d) Schlage eine Definition abgeschlossener Dreiecke vor (Inneres und "Rand") und zeige, dass abgeschlossene Dreiecke konvex sind.

AUFGABE 3.7. Seien $A \neq B$ und $C \neq D$ vier Punkte, sodass $(AB) = (CD)$. Zeige, dass in dieser Situation schon $\{A, B\} = \{C, D\}$ gelten muss, d.h. entweder $A = C$ und $B = D$ oder $A = D$ und $B = C$. Hinweis: Zeige, dass keiner der drei Fälle $A * C * B$, $A * B * C$, $C * A * B$ eintreten kann und schließe daraus $C = A$ oder $C = B$.

AUFGABE 3.8. Sei ABC ein Dreieck. Weiters seien B' und C' zwei Punkte mit $A * B * B'$ und $A * C * C'$. Zeige, dass sich die Strecken (BC') und $(B'C)$ im Inneren des Winkels $\angle CAB$ treffen. Hinweis: Wende, wie in der Vorlesung, Axiom A4 an.