

Übungen zu Geometrie und Lineare Algebra für das Lehramt

zusammengestellt von Stefan Haller
Sommersemester 2019 (UE250163)

6. Übungsblatt für die Woche vom 8. bis 12. April 2019

AUFGABE 6.1. Sei AB ein Strecke. Wähle auf verschiedenen Seiten von $g(A, B)$ zwei Punkte C und D so, dass $\angle CAB \equiv \angle DBA$ und $AC \equiv BD$. Bezeichne den Schnittpunkt von $g(A, B)$ und $g(C, D)$ mit M . Fertige eine Skizze an und zeige, dass M der Mittelpunkt der Strecke AB ist. Gehe anschließend näher auf folgende Punkte ein:

- Warum können Punkte C und D so gewählt werden?
- Warum haben $g(A, B)$ und $g(C, D)$ genau einen Schnittpunkt?
- Warum kann M nicht mit A oder B zusammenfallen? (Satz vom Außenwinkel)
- Warum liegt M im Inneren der Strecke AB ?

AUFGABE 6.2 (Streckensymmetrale). Sei AB eine Strecke mit Mittelpunkt M und bezeichne g das Lot auf $g(A, B)$ durch M . Zeige

$$g = \{X \in \mathcal{E} : |XA| = |XB|\}.$$

In den nächsten Beispielen verwenden wir folgende Definition: Vier Punkte $ABCD$ werden als konvexes Viereck bezeichnet, wenn sich die Diagonalen (AC) und (BD) in genau einem Punkt schneiden, vgl. Aufgaben 4.5 und 4.6.

AUFGABE 6.3. Sei $ABCD$ ein Parallelogramm. Zeige, dass sich die Diagonalen AC und BD in ihren Mittelpunkten schneiden. Insbesondere sind Parallelogramme konvexe Vierecke.

AUFGABE 6.4. Sei $ABCD$ ein konvexes Viereck, dessen Diagonalen AC und BD sich in ihren Mittelpunkten schneiden. Zeige, dass $ABCD$ ein Parallelogramm bildet.

AUFGABE 6.5. Sei $ABCD$ ein konvexes Viereck mit $g(A, B) \parallel g(C, D)$ und $|AB| = |CD|$. Zeige, dass $ABCD$ ein Parallelogramm bildet.

AUFGABE 6.6. Sei $ABCD$ ein konvexes Viereck mit $|AB| = |CD|$ und $|BC| = |DA|$. Zeige, dass $ABCD$ ein Parallelogramm bildet.

AUFGABE 6.7.

- Skizziere ein konvexes Viereck $ABCD$ mit $g(A, B) \parallel g(C, D)$ und $|BC| = |DA|$, das kein Parallelogramm ist.

- (b) Sei $ABCD$ ein konvexes Viereck mit $g(A, B) \parallel g(C, D)$, $|BC| = |DA|$ und $|AC| \leq |BC|$.
Zeige, dass $ABCD$ ein Parallelogramm bildet.

AUFGABE 6.8 (Winkelsumme konvexer Vierecke). Zeige, dass für die Winkelsumme eines konvexen Vierecks $ABCD$ stets

$$\sphericalangle ABC + \sphericalangle BCD + \sphericalangle CDA + \sphericalangle DAB = 4R$$

gilt. Skizziere ein (nicht konvexes) Viereck, für das diese Gleichung nicht erfüllt ist.