UE Lineare Algebra und Geometrie 1 SS 19

Blatt 10

Zu Kapitel $\boxed{\text{I}}$ Geometrie mit reellen quadratischen Formen

— dieses UE-Blatt speziell als Begleitung zum Abschnitt I.1 „Zu Fuß durch den $\mathbb{R}^2$“.

Für die Aufgaben $\boxed{64}$ bis $\boxed{68}$ ziehen wir Kapitel 5, konkreter Abschnitt 5.1, aus dem Buch *Lernbuch Lineare Algebra und Analytische Geometrie: Das Wichtigste ausführlich für das Lehramts- und Bachelorstudium*, Verlag Vieweg+Teubner 2011, von Gerd Fischer heran. (Für Studierende online über `u:search` bzw. `u:access` in der Universitätsbibliothek verfügbar.)

Aufgaben $\boxed{64}$-$\boxed{65}$ stützen sich auf Unterabschnitt 5.1.1 im Lernbuch von Gerd Fischer:

$\boxed{\mathbf{64}}$ Referieren Sie über die analytische Darstellung eines typischen fixen Kreiskegels im $\mathbb{R}^3$ und Gleichungen für seine Schnittmengen mit Sezialfällen von Ebenen senkrecht zur Achse, parallel zur Achse und parallel zu einer Tangentialebene.

$\boxed{\mathbf{65}}$ Referieren Sie über die Gleichungen der Schnittmengen eines Kreiskegels mit Ebenen in beliebigen Neigungswinkeln zur Kegelachse.

In diesen drei Aufgaben stützen Sie sich auf Unterabschnitt 5.1.2 im Lernbuch von Gerd Fischer, um einige geometrische Eigenschaften der Kegelschnitte an Hand von Standardformen zu diskutieren (bzw. zu wiederholen): $\boxed{\mathbf{66}}$ Ellipse, $\boxed{\mathbf{67}}$ Hyperbel, $\boxed{\mathbf{68}}$ Parabel.

In den Aufgaben $\boxed{69}$-$\boxed{71}$ ist jeweils ein Kegelschnitt als Nullstellenmenge einer quadratischen Funktion $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben. Bestimmen Sie den Typ des Kegelschnittes und geben Sie die nötigen Daten für eine Transformation auf sogenannte Hauptlage an, d.h. für die Hauptachsentransformation der rein quadratischen Anteile sowie geeignete Translationsvektoren, um entweder Konstanten oder Terme ersten Grades „wegzubekommen“:

$\boxed{\mathbf{69}}$ $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + 8x_1 + 2x_2 + 5,$

$\boxed{\mathbf{70}}$ $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2\sqrt{6}\,x_1x_2 + x_2^2 - 4x_1 + 2x_2 - 1,$

$\boxed{\mathbf{71}}$ $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2 + 2x_2 + 2.$