

ÜBUNGSAUFGABEN ANALYSIS

FOURIERREIHEN

- (61) Zeigen Sie: Die Fourierreihe einer geraden Funktion $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ (d.h. $f(-x) = f(x)$) ist eine reine Cosinusreihe; die Fourierreihe einer ungeraden Funktion $g: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$ (d.h. $g(-x) = -g(x)$) ist eine reine Sinusreihe.
- (62) Zeigen Sie: Die Fourierkoeffizienten c_k von

$$f(x) \sim \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_k e^{ikx}$$

erfüllen $c_k = \bar{c}_{-k}$ genau dann, wenn f reellwertig ist.

In den folgenden Aufgaben berechnen Sie bitte die Fourierkoeffizienten und geben – soweit möglich – einen geschlossenen Ausdruck für die Fourierreihen der jeweils gegebenen Funktion $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$ (bzw $\rightarrow \mathbb{R}$) an.

- (63) $f(x) = x$
(64) $f(x) = \pi - |x|$
(65) $f(x) = x^2$
(66) $f(x) = \sin(14x) + 30 \cos(25x)$
(67) $f(x) = e^{25ix} - 4e^{-17ix}$
(68) $f(x) = \sin(x)^2$
(69) Gegen welchen Wert konvergiert die Fourierreihe von f in den vorangehenden Beispielen (vor allem 63-65) in den Punkten $0, \pi/2, \pi$?