

Termrechnung & Elementare Funktionen



Vorkurs 2019



Folien online verfügbar: mmf.univie.ac.at/vorkurs





Termrechnen ...

- ... ist Technologie.

Mit dem formalen Rechnen hat die Mathematik das Mittelalter überwunden.

- ... ist Sprache.

Dazu gehören Grammatik und Vokabular ebenso wie dein persönlicher Stil.

- ... zahlt sich aus.

Im Studium wird stets vorausgesetzt, dass du mit Termen umgehen kannst.

Als Termrechnen-Profi kannst du dich auf die neuen Inhalte konzentrieren.

- ... braucht Übung.

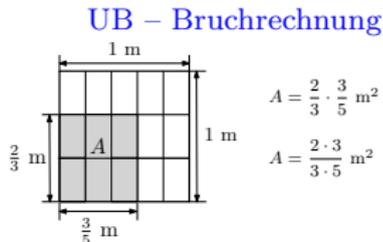
Das Termrechnen stellt viele StudienanfängerInnen vor Herausforderungen.

Bei uns bist du gut aufgehoben. Die Devise ist: Rechnen, rechnen, rechnen!

● Bruchrechnung

Wie rechnet man mit Brüchen?

$$\frac{7}{3} : \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(2 - \frac{7}{2}\right)$$

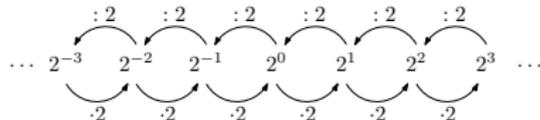


● Potenzen und Wurzeln

Warum ist $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$?

Warum ist $9^{\frac{3}{2}} = \sqrt{9^3} = 27$?

AB – Potenzen und Wurzeln



● Pascalsches Dreieck

		1		
		1	1	
	1	2	1	
	1	3	3	1
1	4	6	4	1

$$(a+b)^2 = 1 \cdot a^2 + 2 \cdot a \cdot b + 1 \cdot b^2$$

$$(a+b)^3 = 1 \cdot a^3 + 3 \cdot a^2 \cdot b + 3 \cdot a \cdot b^2 + 1 \cdot b^3$$

$$(a+b)^4 = 1 \cdot a^4 + 4 \cdot a^3 \cdot b + 6 \cdot a^2 \cdot b^2 + 4 \cdot a \cdot b^3 + 1 \cdot b^4$$

AB – Pascalsches Dreieck I

- **Bruchgleichungen**

UB – Bruchgleichungen

$$\frac{3}{x} - \frac{2 \cdot x}{x-1} = -2$$

- **Quadratische Gleichungen**

UB – Quadratische Gleichungen

$$3 \cdot x^2 - 10 \cdot x + \frac{16}{3} = 0$$

- **Polynomgleichungen**

AB – Polynomfunktionen

$$42 \cdot (x+7) \cdot (x^2 + 4 \cdot x - 5) \cdot (x^2 - x - 6) = 0$$

- **Wurzelgleichungen**

UB – Wurzelgleichungen

$$5 \cdot \sqrt{3 \cdot x + 10} = 2 \cdot \sqrt{17 - 4 \cdot x}$$

- **Exponential- und Logarithmusgleichungen**

UB – Exponential- und Logarithmusgleichungen

$$3 \cdot 5^{\left(\frac{x-2}{x}\right)} - 64 = 11 \quad \lg(5 \cdot x^2 + 5 \cdot x) = 2$$

- Wie misst man die **Steigung von Geraden**?

AB – Steigungsmessung von Geraden

Differenzenquotient & Steigungswinkel



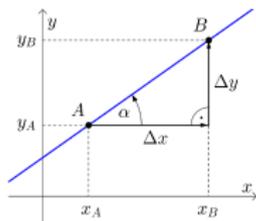
Eine Gerade verläuft durch die Punkte $A = (x_A | y_A)$ und $B = (x_B | y_B)$.

Die **Steigung** der Geraden ist der folgende **Differenzenquotient**:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Zwischen Steigung und **Steigungswinkel** gilt folgender Zusammenhang:

$$\tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



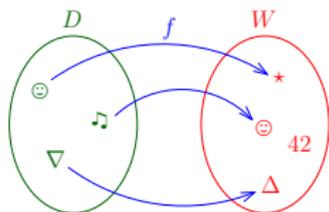
- Warum bilden die Lösungen $(x | y)$ der Gleichung

$$y = k \cdot x + d$$

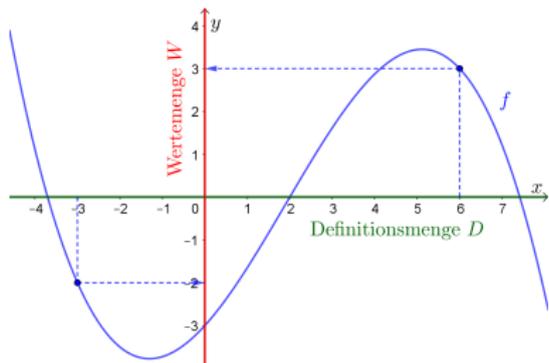
eine Gerade durch den Punkt $(0 | d)$ mit Steigung k ?

AB – Geradengleichungen

- Was sind **Funktionen**?



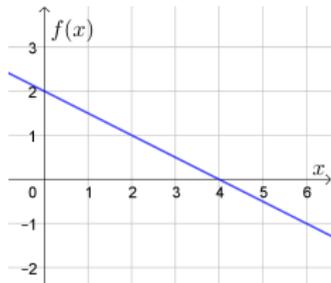
AB – Funktionen



- Was sind **lineare Funktionen**?

AB – Lineare Funktionen

$$f(x) = -\frac{1}{2} \cdot x + 2$$



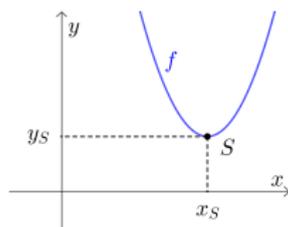
- Wie kann man zwischen der **Polynomform**

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

und der **Scheitelpunktform**

$$f(x) = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$$

umrechnen?

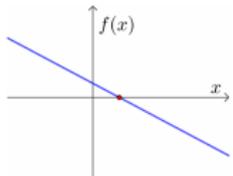
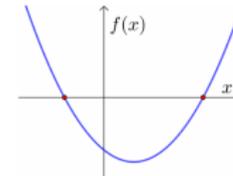
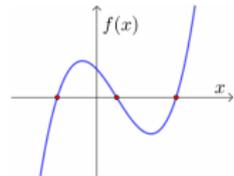


AB – Quadratische Funktionen

- Wie kommt man von der Scheitelpunktform auf die **Nullstellen** einer quadratischen Funktion?
- Warum* stimmen eigentlich die **Lösungsformeln** für quadratische Gleichungen?

AB – Quadratische Gleichungen

- Was sind **Polynomfunktionen**?

Lineare Funktionen	Quadratische Funktionen	Kubische Funktionen
$f(x) = a_1 \cdot x + a_0$ $a_1 \neq 0$	$f(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ $a_2 \neq 0$	$f(x) = a_3 \cdot x^3 + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ $a_3 \neq 0$
		
<input type="text"/> ≤ Anzahl Nullstellen ≤ <input type="text"/>	<input type="text"/> ≤ Anzahl Nullstellen ≤ <input type="text"/>	<input type="text"/> ≤ Anzahl Nullstellen ≤ <input type="text"/>

- Was besagt der **Fundamentalsatz der Algebra**?

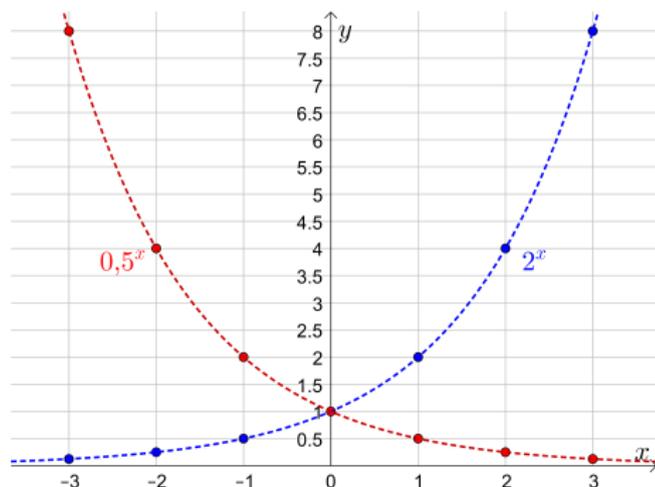
AB – Polynomfunktionen

- Wie **zerlegt** man ein Polynom in **Linearfaktoren**?

$$8 \cdot x^3 - 38 \cdot x^2 + 23 \cdot x + 42 = \boxed{} \cdot \left(x - \boxed{}\right) \cdot \left(x - \boxed{}\right) \cdot \left(x - \boxed{}\right)$$

AB – Polynomdivision, AB – Linearfaktoren

- Was sind **Exponentialfunktionen**?

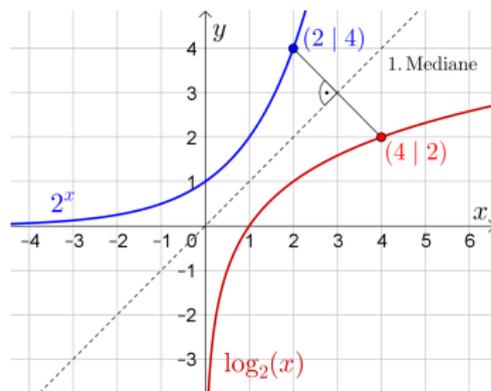


- Welche besondere Eigenschaft hat die Exponentialfunktion $f(x) = e^x$ mit Basis die **Eulersche Zahl** $e = 2,7182\dots$?

AB – Exponentialfunktionen

Exponential- und Logarithmusfunktionen

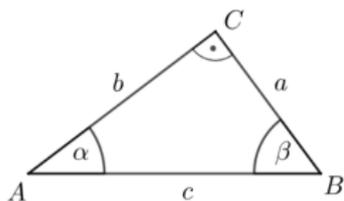
- Was ist $\log_2(4)$ – der **Logarithmus** von 4 zur Basis 2?
- Was sind **Logarithmusfunktionen**?



- Warum liegt $\log_{10}(42)$ sicher zwischen 1 und 2?

AB – Logarithmusfunktionen

- Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck:



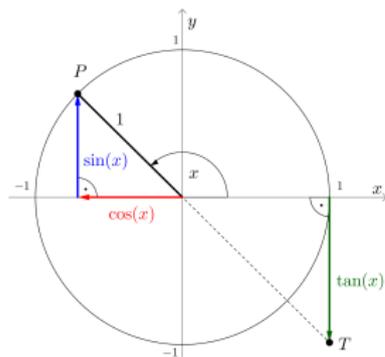
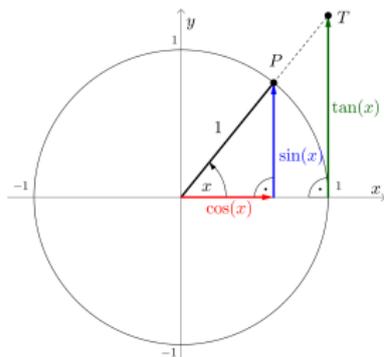
$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Ankathete von } \alpha} = \frac{a}{b}$$

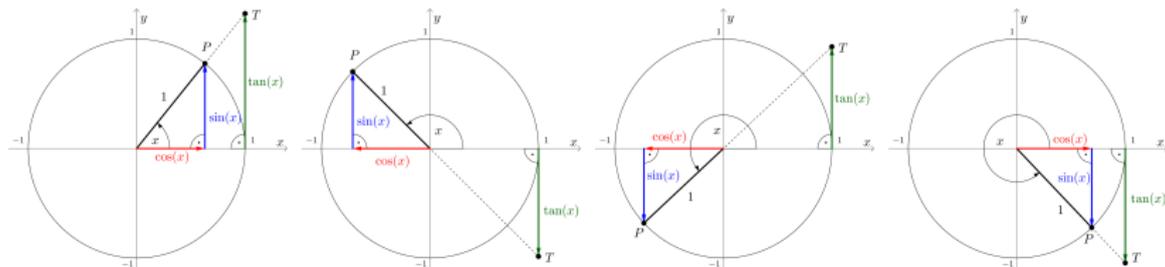
AB – Ähnlichkeit und Winkelfunktionen

- Winkelfunktionen am Einheitskreis:

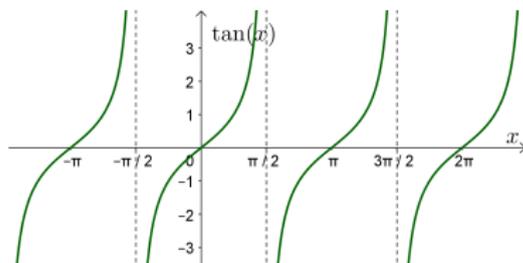
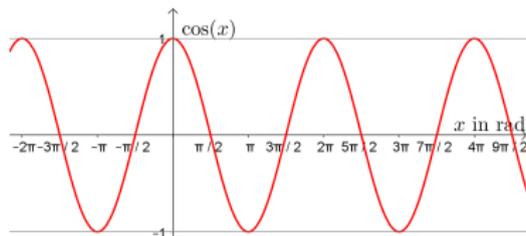
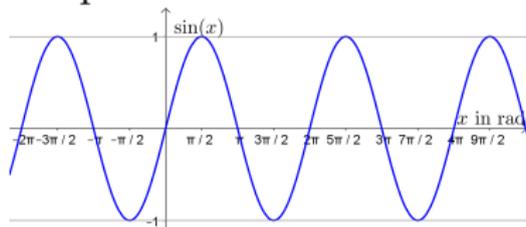


AB – Winkelfunktionen am Einheitskreis

Winkelfunktionen



Graphen der Winkelfunktionen:



AB – Graphen der Winkelfunktionen

Überblick zu den Kompetenzmaterialien

- Paket 1 {
- Kompetenzheft – Termrechnung
 - Übungsblatt – Bruchrechnung
 - Arbeitsblatt – Potenzen und Wurzeln
 - Arbeitsblatt – Pascalsches Dreieck I
 - Übungsblatt – Bruchgleichungen
 - Übungsblatt – Quadratische Gleichungen
 - Arbeitsblatt – Polynomdivision
 - Übungsblatt – Wurzelgleichungen
 - Übungsblatt – Exp.- und Logarithmusgleichungen
- Paket 2 {
- Kompetenzheft – Lineare Funktionen
 - Arbeitsblatt – Steigungsmessung von Geraden
 - Arbeitsblatt – Geradengleichungen
 - Arbeitsblatt – Funktionen
 - Arbeitsblatt – Lineare Funktionen

Kompetenzmaterialien online verfügbar: mmf.univie.ac.at/materialien



Überblick zu den Kompetenzmaterialien

- Paket 3 {
- Kompetenzheft – Quadratische Funktionen
 - Arbeitsblatt – Quadratische Funktionen
 - Arbeitsblatt – Quadratische Gleichungen
 - Arbeitsblatt – Linearfaktoren
 - Arbeitsblatt – Polynomfunktionen
- Paket 4 {
- Kompetenzheft – Exp.- und Log.funktionen
 - Arbeitsblatt – Exponentialfunktionen
 - Arbeitsblatt – Logarithmusfunktionen
- Paket 5 {
- Kompetenzheft – Trigonometrie II
 - Arbeitsblatt – Ähnlichkeit und Winkelfunktionen
 - Arbeitsblatt – Winkelfunktionen am Einheitskreis
 - Arbeitsblatt – Graphen der Winkelfunktionen

Kompetenzmaterialien online verfügbar: mmf.univie.ac.at/materialien

