

Integralrechnung

MmF

Vorkurs 2024



Folien online verfügbar: <https://mmf.univie.ac.at/vorkurs>



- AS – Integralrechnung
 - AB – Stammfunktionen
 - AB – Kulturtechnik Integration
 - AB – Bestimmtes Integral
 - AB – Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
 - AB – Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen
 - AB – Phys. Anwendungen der Diff.- und Integralrechnung
 - AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung
 - AB – Rotationsvolumen
 - AB – Bogenlänge
 - AB – Integration durch Substitution
 - AB – Partielle Integration

Stammfunktionen

Was sind Stammfunktionen einer Funktion f ?

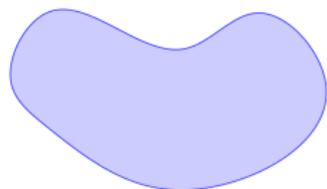


Was haben die 3 folgenden Probleme gemeinsam?

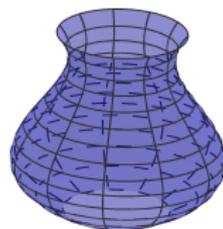
① Länge der Kurve ermitteln:



② Flächeninhalt der Figur ermitteln:

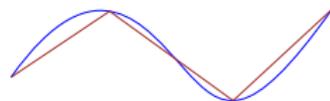


③ Volumen der Vase ermitteln:

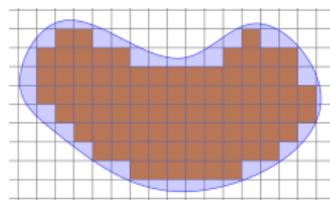


Wir nähern uns der Lösung mit einfacheren Objekte an:

① Annäherung durch Streckenzüge:



② Annäherung durch Quadrate:



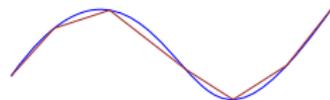
③ Annäherung durch Drehzylinder:



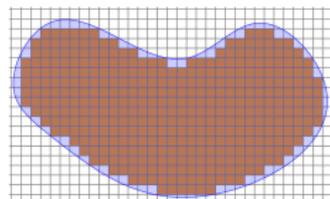
Wie können wir die Annäherung verbessern?

Je feiner die Zerlegung, desto besser ist die Annäherung:

① Streckenzüge verfeinern:



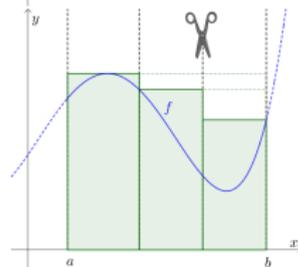
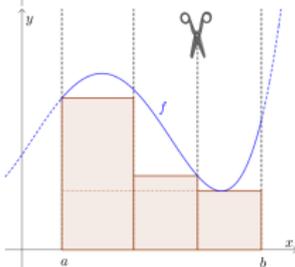
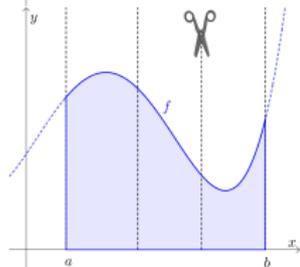
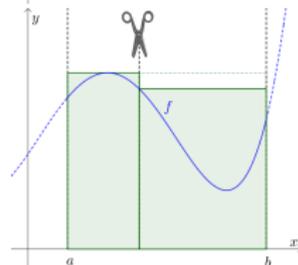
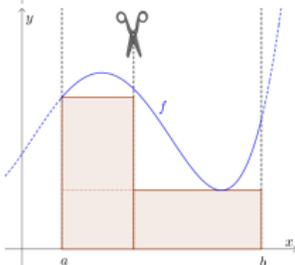
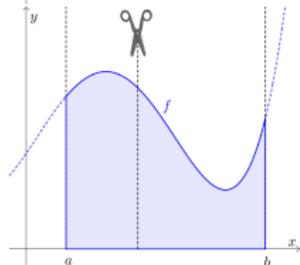
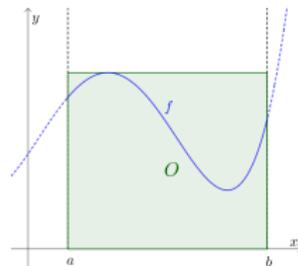
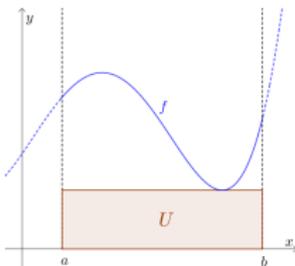
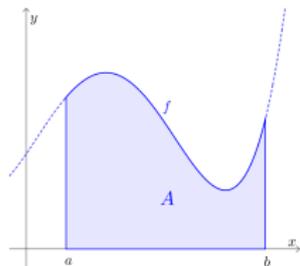
② Raster verfeinern:



③ Schnitte der Drehzylinder verfeinern:



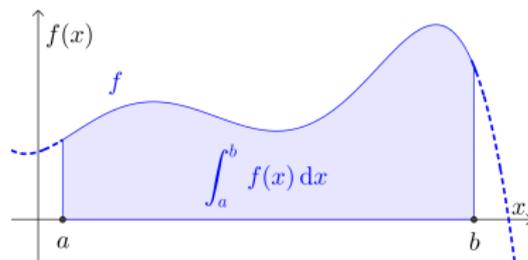
Untersummen & Obersummen bei Funktionsgraphen



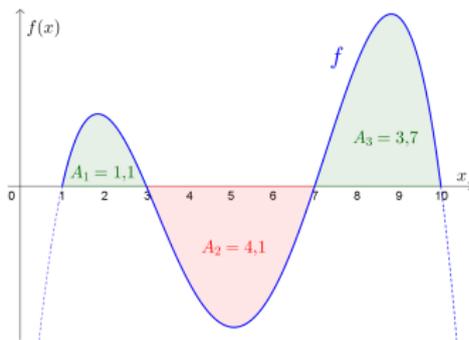
AB – Kulturtechnik Integration

Bestimmtes Integral

Was ist das bestimmte Integral von f im Intervall $[a, b]$?



Was ist ein orientierter Flächeninhalt?

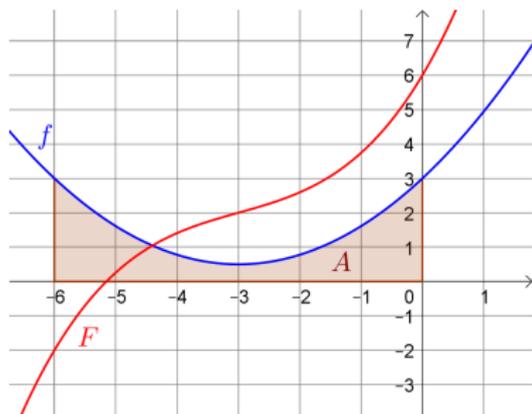


$$\int_1^{10} f(x) dx = ?$$

AB – Bestimmtes Integral

Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Wie hilft der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung bei der Berechnung von bestimmten Integralen?



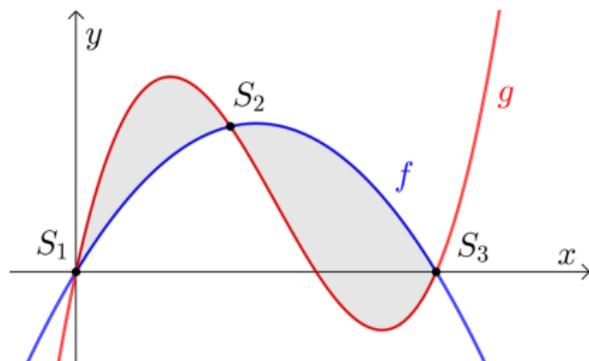
F ist eine Stammfunktion von f .

$$\int_{-6}^0 f(t) dt = ?$$

AB – Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen

Wie berechnet man mithilfe von f und g den Inhalt der grau markierten Fläche?

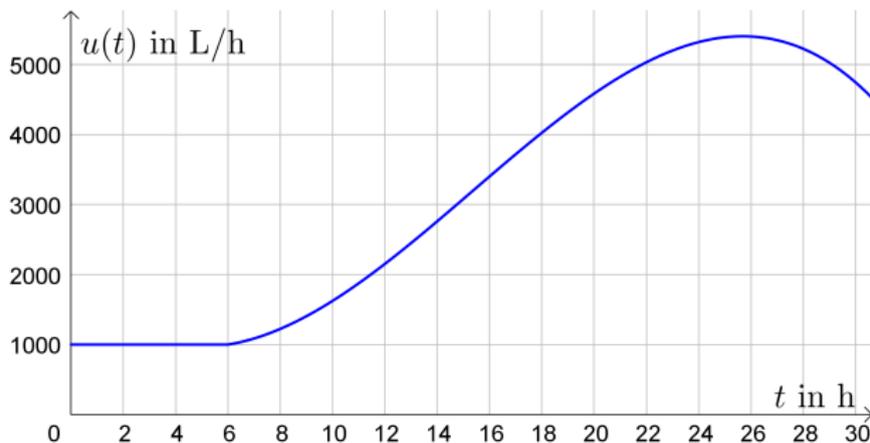


AB – Flächeninhalte zwischen Funktionsgraphen

Physikalische Anwendungen

Durch ein Abflussrohr fließt Wasser ab.

$u(t)$... Abflussrate in L/h zum Zeitpunkt t in h

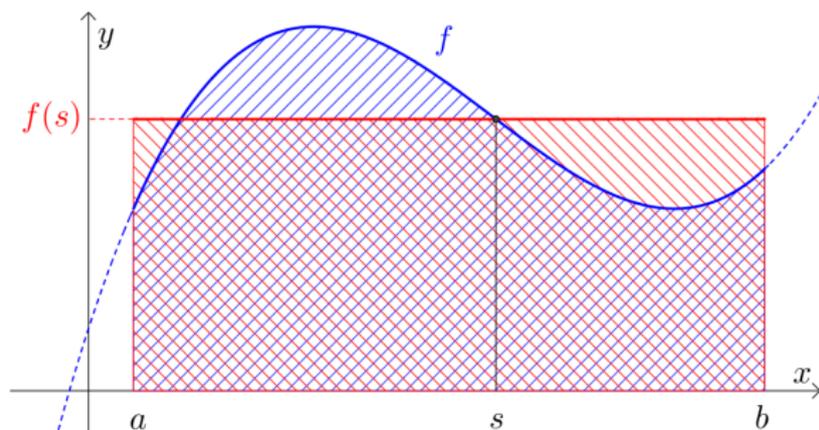


- Wie viel Wasser ist im Zeitintervall $[0 \text{ h}, 6 \text{ h}]$ abgeflossen?
- Wie viel Wasser ist im Zeitintervall $[0 \text{ h}, 24 \text{ h}]$ abgeflossen?

Mittelwertsatz der Integralrechnung

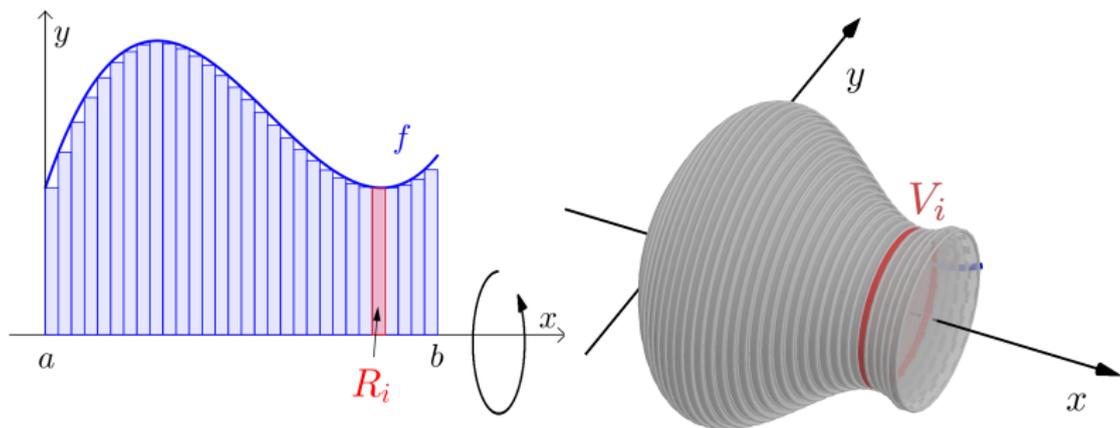
Was ist der Mittelwertsatz der Integralrechnung?

Wie berechnet man den „durchschnittlichen Funktionswert“ einer Funktion f im Intervall $[a, b]$?

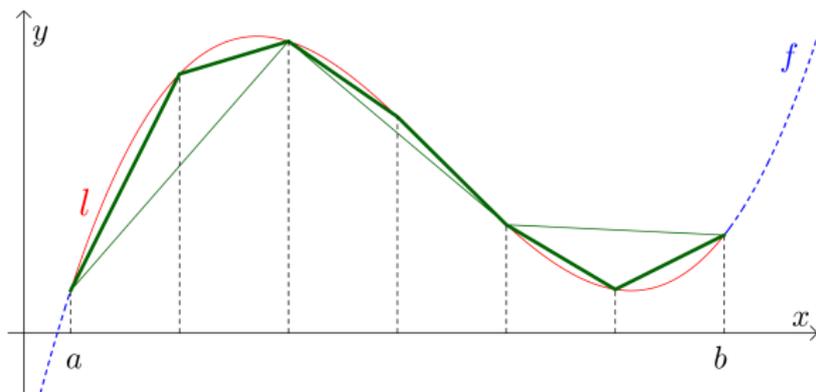


AB – Mittelwertsatz der Integralrechnung

Wie berechnet man das Volumen von Rotationskörpern?



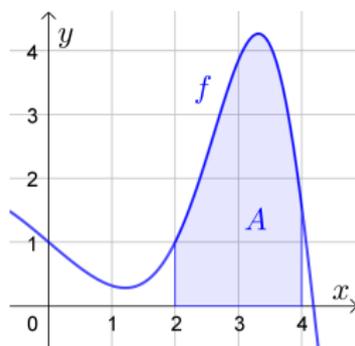
Wie berechnet man die Bogenlänge eines Funktionsgraphen?



Integration durch Substitution

Wie kann man eine Stammfunktion von $h(x) = \sin(3 \cdot x + 1)$ durch Umkehrung der Kettenregel ermitteln?

Wie können Substitutionen beim Ermitteln von Stammfunktionen helfen?



Wie hängt partielle Integration mit der Produktregel zusammen?

Wie hilft partielle Integration beim Ermitteln einer Stammfunktion von $p(x) = x \cdot \cos(x)$?

$$f \cdot g' = (f \cdot g)' - f' \cdot g$$

Integrieren Ableiten