

# Wahrscheinlichkeitsrechnung & Statistik

# MmF

## Vorkurs 2023

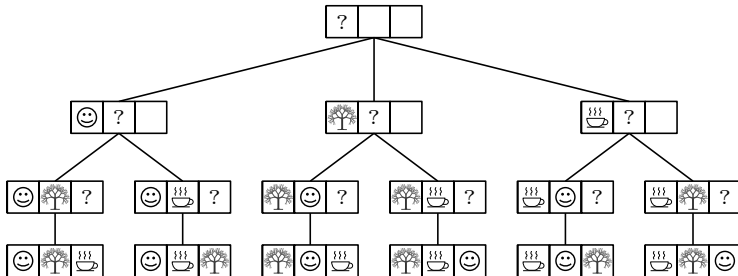


Folien online verfügbar: <https://mmf.univie.ac.at/vorkurs>

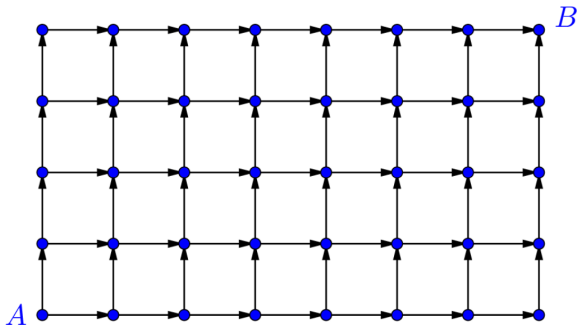


- AS – Wahrscheinlichkeitsrechnung
  - AB – Kombinatorik
  - AB – Binomialkoeffizienten
  - AB – Laplace-Experimente
  - AB – Zufallsexperimente und Wahrscheinlichkeitsräume
  - AB – Zufallsvariablen
  - AB – Baumdiagramme und Wahrscheinlichkeiten
  - AB – Baumdiagramme und Zufallsvariablen
  - AB – Bedingte Wahrscheinlichkeiten
  - AB – Binomialverteilung
  - AB – Normalverteilung
  - AB – Verteilungsfunktionen
- AS – Statistik
  - AB – Relative Häufigkeiten und Baumdiagramme
  - AB – Statistische Kenngrößen und Boxplot

Wie viele Möglichkeiten gibt es, 3 unterscheidbare Objekte  
☺, 🌳 und ☕ in einer Reihe anzuordnen?



Wie viele Wege von  $A$  nach  $B$  gibt es entlang der Pfeile?





Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man ...

- ... mit einem gewöhnlichen Spielwürfel *genau* die Augenzahl 5?
- ... mit einem gewöhnlichen Spielwürfel *mindestens* die Augenzahl 5?
- ... mit 2 Spielwürfeln *genau* die **Augensumme** 10?
- ... mit 2 Spielwürfeln *mindestens* die **Augensumme** 10?

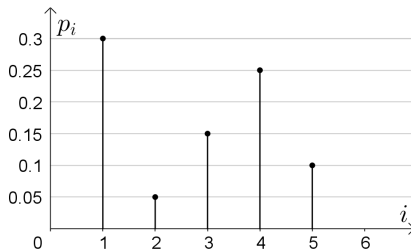
	2	3	4	5	6	7
	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9
	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11
	7	8	9	10	11	12

$$\frac{\text{Anzahl günstige Ergebnisse}}{\text{Anzahl mögliche Ergebnisse}}$$

Wir würfeln mit einem *gezinkten* 6-seitigen Würfel.

**Ergebnisraum:**  $\Omega = \{\square, \begin{smallmatrix} \cdot \\ \square \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \square \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \square \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \square \end{smallmatrix}, \begin{smallmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \square \end{smallmatrix}\}$

Wahrscheinlichkeiten der Augenzahlen von 1 bis 5:

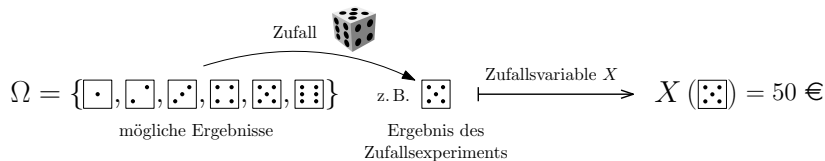


Wie wahrscheinlich ist es, mit diesem gezinkten Würfel ...

- ... *genau* die Augenzahl 6 zu würfeln?
- ... *mindestens* die Augenzahl 5 zu würfeln?

Würfle mit einem gewöhnlichen Spielwürfel und gewinne das 10-fache der gewürfelten Augenzahl in €.

Die **Zufallsvariable**  $X$  gibt den Gewinn in € an.  
Der Wert von  $X$  hängt vom Würfelergebnis ab:



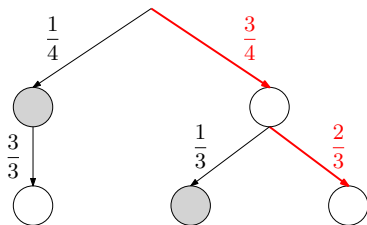
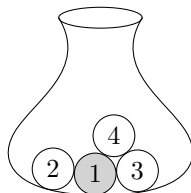
Formal ist die Zufallsvariable also eine Funktion  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ .

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit  $P(X \geq 42 \text{ €})$ ?

# Baumdiagramme und Wahrscheinlichkeiten

Du ziehst 2 Kugeln ohne Zurücklegen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,  
dass beide Kugeln weiß sind?



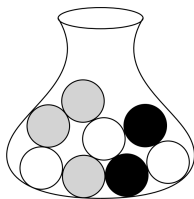
AB – Baumdiagramme und Wahrscheinlichkeiten



Du ziehst 3 Kugeln ohne Zurücklegen.  
 $X$  ... Anzahl gezogener weiße Kugeln

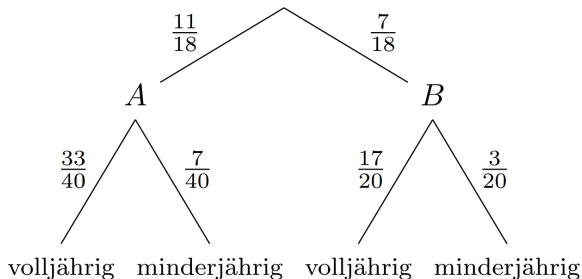
Wie groß ist  $P(X = 2)$ ?

Welchen Erwartungswert hat  $X$ ?



# Bedingte Wahrscheinlichkeiten

Ein Fan von Team A wurde nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Person volljährig ist?

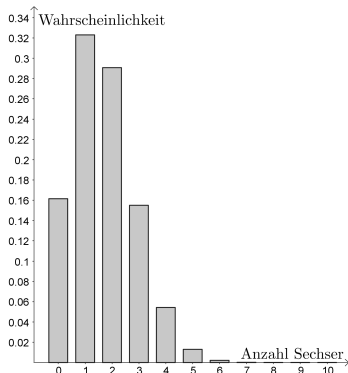


Eine volljährige Person wurde nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie Fan von Team A ist?

$n = 10$  Mal einen gewöhnlichen Spielwürfel werfen

$X \dots$  Anzahl gewürfelter Sechser

Wie groß ist die WS mehr als 2 Sechser zu werfen?

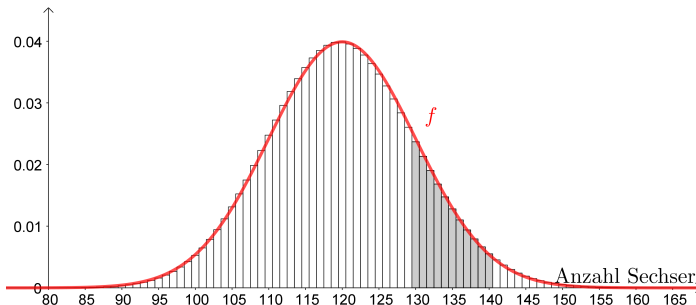




$n = 720$  Mal einen gewöhnlichen Spielwürfel werfen

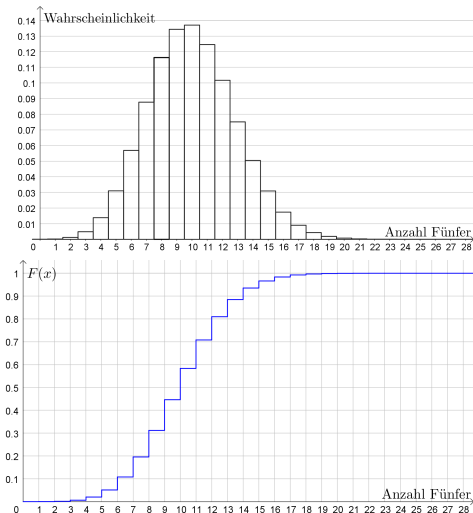
$X \dots$  Anzahl gewürfelter Sechser

Wie groß ist  $P(130 \leq X \leq 140)$  ungefähr?





## Was sind Verteilungsfunktionen?



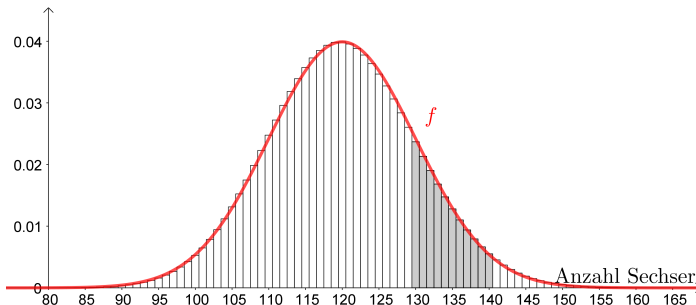
AB – Verteilungsfunktionen



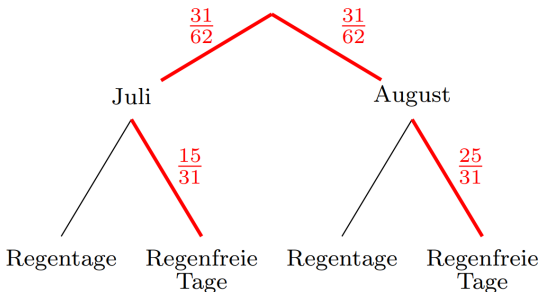
$n = 720$  Mal einen gewöhnlichen Spielwürfel werfen

$X \dots$  Anzahl gewürfelter Sechser

Wie groß ist  $P(130 \leq X \leq 140)$  ungefähr?



Welcher relative Anteil der Sommerferientage war regenfrei?



# Statistische Kenngrößen und Boxplot

155	156	156	158	158	158	159	161	162	162	162	163	163	163	164	164	165	165	165	165
166	166	166	166	166	166	166	167	167	167	167	168	168	168	169	169	169	169	169	169
170	170	170	170	170	171	171	171	171	172	172	172	172	172	173	173	174	174	174	174
174	174	175	176	176	177	178	178	178	179	179	180	180	180	180	182	184	188	188	190

Wie kann man große numerische Datenmengen kompakt in einem Boxplot darstellen?

